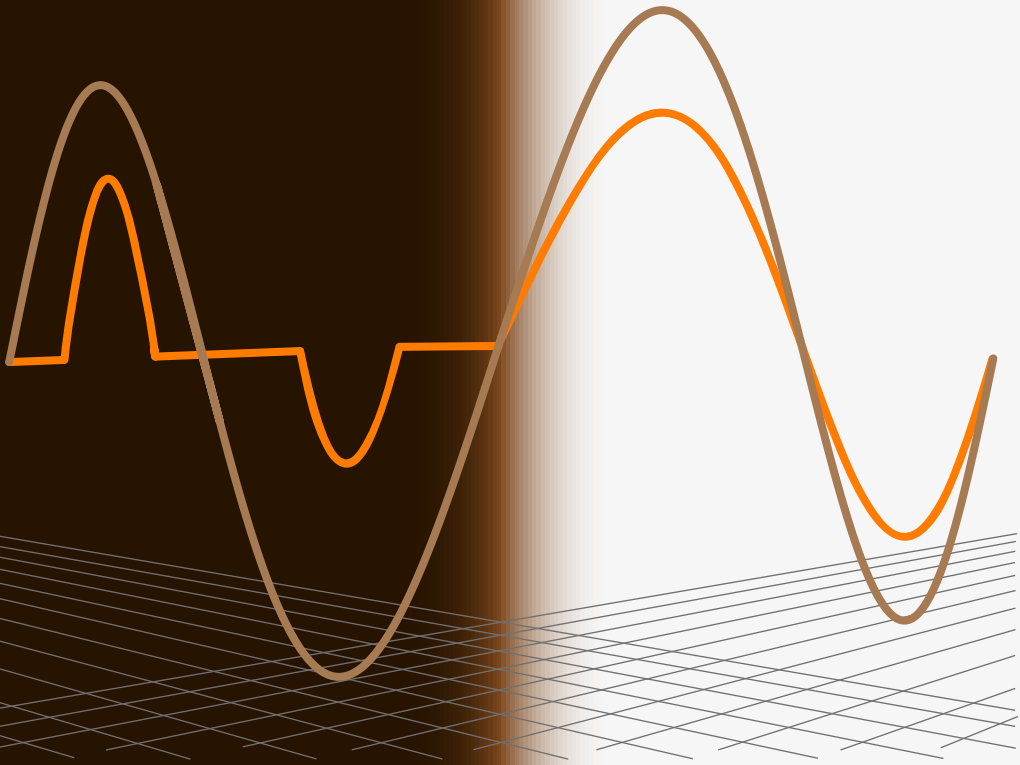


Retificadores PWM Monofásicos para Correção de Fator de Potência



Telles Brunelli Lazzarin
Renan Pillon Barcelos

2ª Edição

Retificadores PWM Monofásicos para Correção de Fator de Potência

2^a edição

Telles Brunelli Lazzarin

Renan Pillon Barcelos

Endereço: Instituto de Eletrônica de Potência
Universidade Federal de Santa Catarina
Caixa Postal: 5119 CEP: 88040970
Florianópolis - Santa Catarina - Brasil
Fone: (48) 3721 7460
Internet: <http://inep.ufsc.br/>
e-mail: telles@inep.ufsc.br
renan.pillon@gmail.com

Telles Brunelli Lazzarin
Renan Pillon Barcelos

Retificadores PWM Monofásicos para Correção de Fator de Potência

2ª edição

Telles Brunelli Lazzarin
Florianópolis
2021

© Telles Brunelli Lazzarin e Renan Pillon Barcelos, 2021.
**Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde
que citada a fonte.**

Revisão textual de Mateus Nava Mezaroba

Catálogo na Fonte

L432 Lazzarin, B. T.

Retificadores PWM Monofásicos para Correção
de Fator de Potência / Telles Brunelli Lazzarin e Renan
Pillon Barcelos. – Florianópolis: 2ª Edição, 2020.

XX. : il. , grafs.

ISBN 978-65-901205-0-2

1. Retificadores PWM 2. Correção de Fator de Potência.
3. Conversor Boost. I. Barcelos, Renan Pillon. II. Título.

CDU: 621.38

Agradecimentos

Gostaríamos de deixar aqui os nossos sinceros agradecimentos aos professores e alunos da disciplina de Retificadores PWM Monofásicos para correção de fator de potência do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina. O material gerado no passado foi base desta obra e compartilhamos com todos os créditos deste livro. Nosso trabalho foi compilar, organizar, uniformizar, ampliar e adicionar nossa contribuição ao histórico de relatório e apostilas, que gerou esta obra.

Agradecemos também a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram na revisão deste livro.

Biografia dos autores

Telles Brunelli Lazzarin nasceu em Criciúma, Santa Catarina, Brasil, em 1979. Formou-se em Engenharia Elétrica (2004), Mestrado (2006) e Doutorado (2010) em Engenharia Elétrica com Ênfase em Eletrônica de Potência, na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Desde de 2013, é professor Adjunto do Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica e professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC. Em 2006 trabalhou com engenheiro de desenvolvimento da WEG Motor Drivers & Controls. Entre 2011 e 2013 foi professor do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC). Fez um Pós-doutorado na UFSC em 2011 e foi pesquisador visitante na Northeastern University, Boston, USA entre 2017 e 2018.

Renan Pillon Barcelos formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Maria em 2018, e mestrado em 2020 pela Universidade Federal de Santa Catarina.

Prefácio à segunda edição

O livro Retificadores PWM Monofásicos para Correção de Fator de Potência foi elaborado para acompanhar os estudantes na disciplina de Retificadores PWM Monofásicos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina. Esta disciplina introduz o conceito da correção do fator de potência utilizando conversores estáticos, iniciando com o conversor Boost e expandindo a outros conversores.

As técnicas de correção de fator de potência com retificadores PWM são amplamente aplicadas em dispositivos eletrônicos utilizados em nosso dia a dia. Os fundamentos apresentados neste livro são essenciais para manter a qualidade de energia ao usar cargas não lineares e possibilitar a utilização em massa destes dispositivos.

Atualmente, o estudo destes fundamentos está limitado a cursos focados em Eletrônica de Potência. Contudo, a compreensão destes conceitos é essencial para que futuro engenheiro possa solidificar seu conhecimento na área de correção de fator de potência com retificadores PWM. Com isso, este livro é destinado a estudantes de graduação e pós-graduação em Engenharia Elétrica para apoiar-los no desenvolvimento e estudo desta ciência.

A obra é descrita com equacionamento extensivo de forma que o leitor possa acompanhar e reproduzir os resultados com facilidade. Cada capítulo deste livro é independente dos demais,

isto é, cada capítulo contém todos os resultados essenciais para seu entendimento. Assim, o procedimento de cálculo de alguns capítulos são parecidos com outros. Porém, recomendamos atentar a leves detalhes que fazem cada capítulo um caso especial.

Nesta edição, novos capítulos foram adicionados além da correção e revisão do material. Os autores esperam que esta obra possa ser útil a estudantes, profissionais e acadêmicos envolvidos com a área de correção de fator de potência.

Telles Brunelli Lazzarin
Renan Pillon Barcelos

Florianópolis, Janeiro de 2021.

Sumário

Resumo	7
1 Introdução	9
1.1 Qualidade de energia	9
1.2 Distorção harmônica	11
1.3 Redução da distorção harmônica	12
2 Conversor Boost PFC em MCD	15
2.1 Análise estática	16
2.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in}	16
2.1.2 Determinação da razão cíclica D e variação de corrente ΔI	21
2.1.3 Característica de saída	24
2.1.4 Determinação do indutor L	26
2.1.5 Determinação do capacitor C	28
2.1.6 Esforços nos dispositivos semicondutores	31
2.1.6.1 Interruptor	31
2.1.6.2 Diodo	35
2.1.7 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	40
2.1.8 Determinação do filtro de entrada	42
2.1.9 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total com filtro de entrada	44
2.2 Análise dinâmica	47
2.2.1 Determinação dos modelos	48
2.2.1.1 Malha de controle	48
2.2.2 Diagrama de blocos	52
3 Conversor Boost PFC em MCCr	53
3.1 Análise estática	54

3.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	54
3.1.2	Período e frequência de comutação	59
3.1.3	Determinação do indutor L e corrente de pico I_p	62
3.1.4	Determinação do capacitor C	66
3.1.5	Esforços nos dispositivos semicondutores	68
3.1.5.1	Interruptor	68
3.1.5.2	Diodo	73
3.1.6	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	79
3.1.7	Determinação do filtro de entrada	81
3.1.8	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total com filtro de entrada	83
3.2	Análise dinâmica	85
3.2.1	Determinação dos modelos	85
3.2.1.1	Malha de tensão	86
3.2.2	Interligação entre I_L^{ref} e G_v	87
3.2.3	Diagrama de blocos	88
4	Conversor Boost PFC MCHC	91
4.1	Análise estática	92
4.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	92
4.1.2	Corrente de referência I_{ref}	96
4.1.3	Período e frequência de comutação	98
4.1.4	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	104
4.1.5	Determinação do capacitor C	107
4.1.6	Esforços nos dispositivos semicondutores	109
4.1.6.1	Interruptor	109
4.1.6.2	Diodo	116
4.1.7	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	123

4.2	Análise dinâmica	126
4.2.1	Determinação dos modelos	127
4.2.1.1	Malha de tensão	127
4.2.2	Interligação entre I_L^{ref} e G_v	129
4.2.3	Diagrama de blocos	129
5	Conversor Boost PFC MCHV	133
5.1	Análise estática	134
5.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	134
5.1.2	Corrente de referência I_{ref}	139
5.1.3	Período e frequência de comutação	140
5.1.4	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	143
5.1.5	Determinação do capacitor C	146
5.1.6	Esforços nos dispositivos semicondutores	148
5.1.6.1	Interruptor	148
5.1.6.2	Diodo	154
5.1.7	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	162
5.2	Análise dinâmica	165
5.2.1	Determinação dos modelos	165
5.2.1.1	Malha de tensão	167
5.2.2	Interligação entre I_L^{ref} e G_v	167
5.2.3	Diagrama de blocos	168
6	Conversor Boost PFC em MCC	171
6.1	Análise estática	172
6.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	172
6.1.2	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	177
6.1.3	Determinação do capacitor C	182
6.1.4	Esforços nos dispositivos semicondutores	184
6.1.4.1	Interruptor	184

6.1.4.2	Diodo	187
6.1.5	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	190
6.2	Análise dinâmica	193
6.2.1	Determinação dos modelos	194
6.2.1.1	Malha de corrente	194
6.2.1.2	Malha de tensão	196
6.2.2	Interligação entre G_i e G_v	197
6.2.3	Diagrama de blocos	198
7	Conversor Boost Bridgeless PFC em MCC	201
7.1	Análise estática	202
7.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	202
7.1.2	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	207
7.1.3	Determinação do capacitor C	212
7.1.4	Esforços nos dispositivos semicondutores	214
7.1.4.1	Interruptor	214
7.1.4.2	Diodo	217
7.1.4.3	Diodos em anti-paralelo	220
7.1.5	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	223
7.2	Análise dinâmica	226
7.2.1	Determinação dos modelos	226
7.2.1.1	Malha de corrente	228
7.2.1.2	Malha de tensão	229
7.2.2	Interligação entre G_i e G_v	229
7.2.3	Diagrama de blocos	230
8	Conversor Boost Bidirecional MP PFC em MCC	233
8.1	Análise estática	234
8.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	234

8.1.2	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	238
8.1.3	Determinação do capacitor C	243
8.1.4	Esforços nos dispositivos semicondutores	246
8.1.4.1	Interruptor	246
8.1.4.2	Diodo em anti-paralelo	250
8.1.5	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	254
8.2	Análise dinâmica	256
8.2.1	Determinação dos modelos	256
8.2.1.1	Malha de corrente	258
8.2.1.2	Malha de tensão	259
8.2.2	Interligação entre G_i e G_v	260
8.2.3	Diagrama de blocos	261
9	Conversor Boost Bidirecional PFC em MCC	263
9.1	Análise estática	264
9.1.1	Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D	266
9.1.2	Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI	269
9.1.3	Determinação do capacitor C	275
9.1.4	Esforços nos dispositivos semicondutores	277
9.1.4.1	Interruptor	278
9.1.4.2	Diodo	281
9.1.5	Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total	287
9.2	Análise dinâmica	289
9.2.1	Determinação dos modelos	289
9.2.1.1	Malha de corrente	291
9.2.1.2	Malha de tensão	292
9.2.2	Interligação entre G_i e G_v	293
9.2.3	Diagrama de blocos	294
A	Projeto de controlador PI	297

A.1	Controlador PI	297
A.2	Função de transferência	298
A.3	Projeto do controlador	300
B	Hold-up time	301
C	Tabela de integrais	303

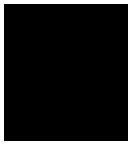
Resumo

A energia elétrica tornou-se uma das energias essenciais para a vida das pessoas, principalmente quando relacionada a sua utilização na indústria, em residências e no comércio. Para estes setores, a qualidade de energia e a eficiência energética são pontos cruciais para seu progresso e prosperidade.

Cargas não-lineares e cargas comutadas deram início à injeção de um elevado conteúdo harmônico na rede, resultando em distorção harmônica de tensão e de corrente, além do baixo fator de potência das instalações. Essas características culminam em aquecimento excessivo dos condutores, erros em equipamentos de medição, interferências eletromagnéticas e problemas em equipamentos ligados a rede elétrica. Como resultado, a partir do desenvolvimento de novas topologias de conversores estáticos, o cuidado com interferências eletromagnéticas e filtros são considerados nos projetos. Estas estratégias são normas em alguns países, e evoluem ano após ano para garantir a qualidade de energia. A norma IEC 61000-3-2, utilizada na Europa é a referência mundial para limites de Fator de Potência (FP) e Taxa de Distorção Harmônica Total (THD) dos circuitos. A norma determina para cada faixa de potência, uma exigência mínima de FP e THD a ser respeitada. Por isso, este ponto é

crucial no desenvolvimento de qualquer produto.

A redução do conteúdo harmônico injetado na rede através de filtragem ativa é uma opção bastante utilizada em equipamentos presentes no nosso cotidiano. A solução é composta por um conversor estático após o estágio retificador, o qual tem a função de corrigir o FP e diminuir a THD da corrente drenada pela rede. Neste livro, esta solução é abordada e explicada através do conversor Boost nos diversos modos de operação, as quais podem ser estendidas a outros conversores de interesse.



Introdução

A qualidade de energia é a medida de quão bem a energia elétrica pode ser utilizada pelos seus consumidores. Neste sentido, é importante saber quais as principais interferências e distorções que depreciam este indicador.

Ao final deste capítulo o leitor terá os conceitos básicos de distorção harmônica, suas principais causas, consequências, procedências e possíveis soluções utilizadas atualmente, como a filtragem ativa ou passiva para corrigir o FP a níveis determinados em normas.

1.1 Qualidade de energia

A continuidade de suprimento e estabilidade da energia são alguns dos critérios utilizados para mensurar a qualidade de energia por parte da concessionária. Além destes, existem

outras especificações e distorções previstas pelos órgãos regulamentadores, tanto para o sistema fornecedor quanto para os consumidores.

Dentre esses parâmetros é interessante destacar:

- Distorções harmônicas;
- Flutuações de tensão;
- Variações de tensão de curta duração;
- Desequilíbrio em sistemas trifásicos;
- Transitórios rápidos.

Mediante essa nova forma de caracterizar a energia elétrica, as concessionárias foram estimuladas, tanto pelas agências reguladoras (ANEEL), como pelo mercado consumidor, a prestar informações sobre as condições de operação e fornecer detalhes relativos aos eventos ocorridos e que afetaram os consumidores. Complementarmente, existem cláusulas contratuais que se referem às condições de fornecimento de energia pelos agentes fornecedores, incluindo multas por violação das condições previstas. Dessa forma, há um aumento da necessidade de regulamentação dos limites considerados adequados de modo a serem satisfeitos pelos consumidores de energia.

Atualmente, existem dois cenários para manter a qualidade de energia dentro dos limites estabelecidos pelas concessionárias. Uma forma é atuando diretamente na instalação, geralmente no ponto de conexão, através de filtros (passivos ou ativos). Já a outra forma é adquirindo equipamentos com alto FP para toda faixa de potência.

Neste segundo cenário, o qual os países europeus utilizam e possuem a norma regulamentadora IEC 61.0003-2, o conversor Boost é consolidado como a opção clássica para o estágio de

correção de FP na entrada e regulação da saída de fontes de baixa potência. Por isso, esse conversor é o foco deste livro.

1.2 Distorção harmônica

Distorção harmônica em sistemas elétricos é a caracterização da deformação de forma de onda de tensão ou corrente, que se apresenta de forma similar em cada ciclo da frequência fundamental em relação à uma senoide de referência.

Essas deformações periódicas geralmente são impostas pela relação não-linear tensão/corrente, característica de determinados componentes da rede, como transformadores e motores, cujos núcleos magnéticos estão sujeitos à saturação. Outra causa de não-linearidades são as descontinuidades devido a comutação das correntes em conversores eletrônicos, pontes retificadoras e compensadores estáticos.

Durante muito tempo, as cargas conectadas ao sistema elétrico de potência constituíam-se de elementos com características lineares, sendo a corrente resultante em grande parte dos casos atrasada em relação à tensão, devido ao comportamento altamente indutivo. Essa característica resulta em um fator de deslocamento pequeno, que pode ser corrigido através da instalação de bancos de capacitores em paralelo com as cargas.

Porém, com o passar do tempo, um grande aumento na utilização de conversores estáticos e cargas não-lineares na rede resultou na injeção de elevado conteúdo harmônico de corrente. Essa injeção de conteúdo harmônico na rede resulta em um baixo fator de potência, que é responsável por diversos problemas no sistema elétrico, como por exemplo, maior aquecimento dos condutores e, conseqüentemente, aumento das perdas no cobre e no fluxo de dispersão de transformadores, erros nas medidas apresentadas por equipamentos de medição, interfe-

rências eletromagnéticas em outros equipamentos, distorção da tensão de barramento e problemas nos sistemas de proteção que podem perder sua confiabilidade.

1.3 Redução da distorção harmônica

A redução de componentes harmônicas de corrente na rede elétrica requer a utilização de técnicas para filtrar tais distorções. Atualmente existem diversas técnicas de filtragem, as quais podem ser divididas em técnicas ativas e passivas, com uso de retificadores PWM para correção ativa do fator de potência ou com a utilização de retificadores multipulsos.

Os sistemas monofásicos apresentam como solução passiva para a redução de harmônicas, provocadas pelos conversores em ponte e dobradores de tensão, a utilização de filtros L, LC ou LCL. Já as soluções ativas empregam principalmente as topologias básicas Boost e Buck-Boost.

Os conversores trifásicos também têm seu FP corrigido por de técnicas expostas para conversores monofásicos, entretanto, novas técnicas que aproveitam o defasamento de 120° do sistema trifásico têm sido desenvolvidas e exploradas. Os retificadores passivos em ponte monofásicos ou trifásicos são muito utilizados em equipamentos eletroeletrônicos e apresentam elevada distorção harmônica devido à etapa em que a fonte de entrada é aplicada aos terminais do capacitor de saída, o que gera picos elevados de corrente drenados da rede de alimentação.

Para solucionar esse problema de forma passiva, uma possível solução seria a inserção de um indutor em série com a fonte de entrada do conversor. Na prática, as linhas de transmissão apresentam uma indutância que deve ser considerada em projetos e poderia ser utilizada para tal finalidade. Esse fato, além de aumentar o fator de potência, limitaria a corrente

de entrada em caso de curto-circuito. Entretanto, este indutor apresenta a desvantagem de operar na frequência da rede, portanto em baixa frequência, o que resulta em um indutor de grandes dimensões, peso e um aumento na complexidade do conversor.

Outra solução passiva, é a adição do indutor de filtro na saída do retificador. Nesse caso o indutor deverá ser projetado para uma frequência 2 vezes maior do que a da rede (para o caso monofásico) e 6 vezes maior (para o caso trifásico), entretanto, deverá estar submetido à corrente máxima de carga sem que haja saturação, e isso também tornaria-o bastante volumoso.

Além das técnicas passivas de correção do fator de potência, existem as técnicas ativas. A Figura 1.3.1 mostra o conversor Boost conectado na saída do retificador em ponte. Na figura, os componentes L_f e C_f são elementos dos filtros passa-baixas de entrada.

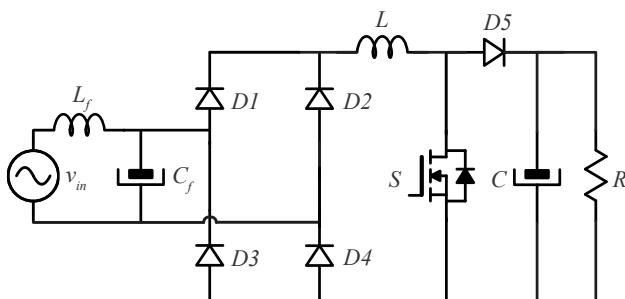


Figura 1.3.1 – Circuito corretor de fator de potência com conversor Boost.

Como resultado dessa conexão, o FP fica muito próximo da unidade devido ao deslocamento nulo entre as fundamentais

de tensão e corrente de entrada. Entretanto, aparecem harmônicos de 3ª ordem que reduzem o FP e são complexos para filtrar, devido à assimetria entre as derivadas de corrente da primeira e segunda etapas de operação para o caso de condução descontínua.

Essa opção de correção do FP possibilita a utilização de outros conversores CC-CC, inclusive com isolamento entre a carga e a rede de alimentação. Essa escolha pode ser determinada pelas perdas que cada conversor apresenta considerando potências elevadas e de acordo com a aplicação a que se destinam.

Além disso, existem diversas técnicas de correção ativa do FP que estão sendo desenvolvidas atualmente. Tais técnicas resultam em topologias robustas e de baixo custo, com a utilização de comutação em baixa frequência de interruptores ligados ao neutro da rede, ou ao ponto médio de capacitores de saída.

A escolha do conversor e dimensionamento dos componentes do projeto é dever do projetista, sempre visando minimizar as interferências e distúrbios, visando uma melhor qualidade de energia.

Nos capítulos seguintes, serão apresentadas as equações e os gráficos que regem o comportamento do conversor Boost PFC, além de informações necessárias para o projeto e operação do sistema. Os modos de condução descontínuo (MCD), crítico (MCCr), histerese constante (MCHC), histerese variável (MCHV) e contínuo (MCC), serão apresentados juntamente com um exemplo prático para que sua aplicação seja totalmente compreendida. Além disso, o conversor Boost Bridgeless, Boost Meia-Ponte (MP) e Boost Bidirecional no modo de condução contínuo também são apresentados. Cada capítulo desse livro foi escrito de forma independente, contendo todo conteúdo necessário para sua compreensão. Este livro possui uma metodologia expositiva dos cálculos, facilitando o acompanhamento do leitor e a dedução dos resultados.

Conversor Boost PFC em MCD

A operação do conversor Boost PFC no modo de condução descontínuo (MCD) é definida pela característica do conversor de apresentar três etapas de operação: uma de armazenamento, uma de transferência e outra de descontinuidade. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente do diodo que atinge zero naturalmente a cada período de comutação. E no caso do conversor Boost, pela corrente do indutor que também chega a zero a cada período de comutação.

O MCD evita problemas com a corrente de recuperação reversa do diodo e reduz as perdas de comutação comparado com o modo de condução contínuo (MCC) abordado no capítulo 9. Estas características constituem uma operação com frequên-

cia de comutação fixa e, a necessidade de apenas uma malha controle no sistema.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost PFC no MCD.

2.1 Análise estática

A operação em MCD conta com três etapas de operação: i) Etapa de armazenamento; ii) Etapa de transferência e iii) Etapa de descontinuidade. As Figuras 2.1.1 , 2.1.2 e 2.1.3 mostram as três etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

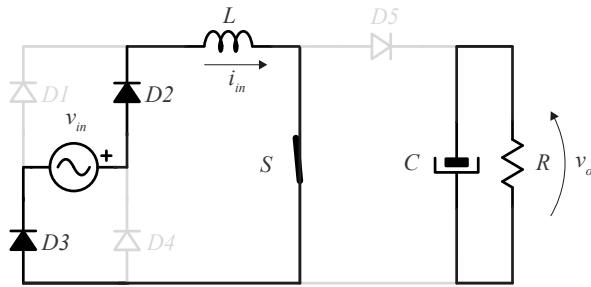


Figura 2.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCD: 1ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

2.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in}

A análise inicia-se com o equacionamento dos circuitos das Figuras 2.1.1, 2.1.2 e 2.1.3. O conversor está operando em

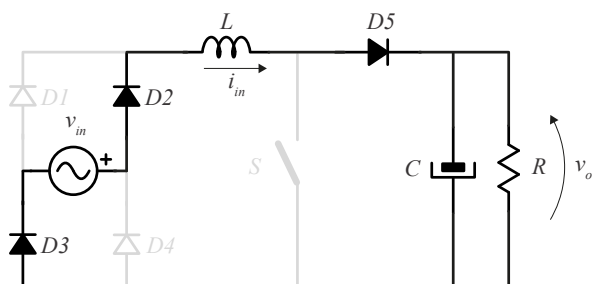


Figura 2.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCD: 2ª etapa de operação (Etapa de transferência).

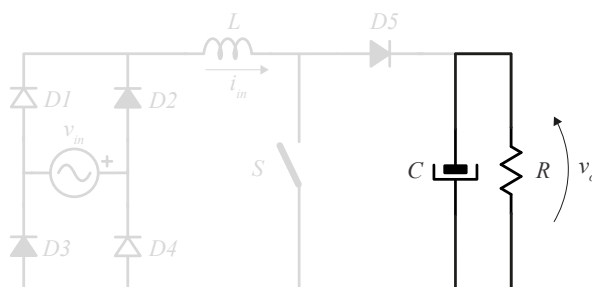


Figura 2.1.3 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCD: 3ª etapa de operação (Etapa de descontinuidade).

MCD, então em cada período de comutação haverá a etapa de descontinuidade.

A tensão no indutor é obtida fazendo a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a tensão no indutor (V_L) na primeira etapa é igual a tensão de entrada (V_{in}), na segunda igual a diferença entre as tensões de entrada e de saída ($V_{in} - V_o$) e na terceira igual a (zero).

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 2.1.4 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim, a tensão média no indutor é zero,

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} + V_{L(ETAPA\ 3)} = 0. \quad (2.1)$$

Desta forma, definindo:

$$\begin{cases} \Delta t_1 = D_1 T_s \\ \Delta t_2 = D_2 T_s \\ \Delta t_3 = D_3 T_s \end{cases} \quad (2.2)$$

pode-se reescrever (2.1) como,

$$V_{in} D_1 T_s + (V_{in} - V_o) D_2 T_s + 0 \cdot D_3 T_s = 0, \quad (2.3)$$

assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (2.4).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{D_1 + D_2}{D_2} \quad (2.4)$$

A partir da análise da corrente do capacitor (I_c) nas três etapas de operação, é possível identificar que na primeira etapa a corrente I_c é $-I_o$, na segunda etapa $I_L - I_o$ e na terceira $-I_o$. Desta forma, como a corrente no capacitor não pode ter valor médio, a soma das correntes deve ser igual a zero. Assim,

$$-I_o D_1 T_s + (I_L - I_o) D_2 T_s - I_o D_3 T_s = 0, \quad (2.5)$$

e então,

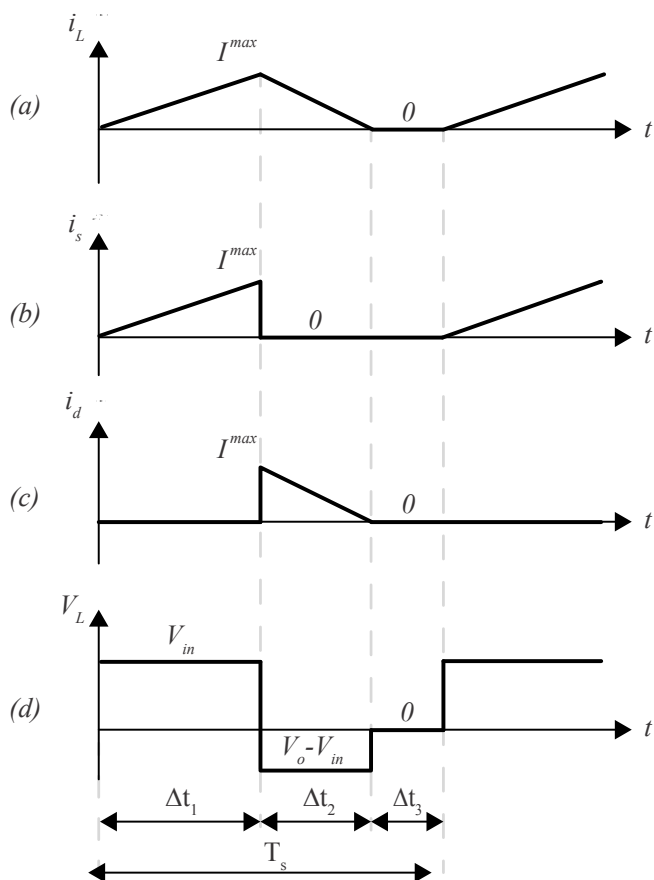


Figura 2.1.4 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

$$-I_o (D_1 + D_2 + D_3) + I_L D_2 = 0. \quad (2.6)$$

A soma das razões cíclicas deve ser sempre igual a 1 isto é, $(D_1 + D_2 + D_3) = 1$. Desta forma:

$$D_2 = \frac{I_o}{I_L}. \quad (2.7)$$

O valor médio de I_L é calculado a partir da área do gráfico na Figura 2.1.4, representada por i_L , para a primeira etapa como:

$$I_L = \frac{V_{in}}{L} \frac{D_1 T_s}{2}. \quad (2.8)$$

Assim, substituindo a corrente I_L em (2.7), tem-se:

$$D_2 = \frac{I_o}{\frac{V_{in}}{L} \frac{D_1 T_s}{2}}, \quad (2.9)$$

substituindo D_2 definido por (2.9) em (2.4), encontra-se (2.10).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{D_1 + \frac{I_o}{\frac{V_{in}}{L} \frac{D_1 T_s}{2}}}{\frac{I_o}{\frac{V_{in}}{L} \frac{D_1 T_s}{2}}} \quad (2.10)$$

Sabe-se que neste circuito há apenas um interruptor, então a razão cíclica D_1 pode ser reescrita como apenas D . Desta maneira, rearranjando as variáveis obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\frac{V_{in}}{L} \frac{D T_s}{2} D + I_o}{I_o} \quad (2.11)$$

e então,

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{V_{in}}{2f_s L I_o} D^2. \quad (2.12)$$

Percebe-se que a partir da determinação de (2.12), o ganho do conversor operando em MCD depende da corrente de saída.

2.1.2 Determinação da razão cíclica D e variação de corrente ΔI

A variação de corrente do conversor operando em MCD é definida pela primeira etapa de operação. Nesta etapa, o indutor carrega energia para posteriormente descarregar no circuito. Porém, é importantíssimo que seja respeitada a existência da etapa de descontinuidade, sendo assim, toda energia precisa ser descarregada na segunda etapa de operação.

Desta forma, faz-se necessário o equacionamento da tensão no indutor em ambas etapas de operação.

A tensão no indutor é caracterizado por (2.13).

$$V_L = V_{in} = L \frac{di_{in}(t)}{dt} \quad (2.13)$$

Analisando a primeira etapa de operação pode-se reescrever (2.13) por:

$$V_{in} = L \frac{\Delta I_{in}}{\Delta t}, \quad (2.14)$$

e ainda, a variação de corrente no indutor no período de Δt_1 , pode ser reescrita por:

$$V_{in} = L \frac{I_p}{\Delta t_1}. \quad (2.15)$$

Desta forma, ao isolar a corrente de pico (I_p) tem-se:

$$I_p = \frac{V_{in} \Delta t_1}{L}, \quad (2.16)$$

substituindo $V_{in} = V_p \sin(\omega t)$,

$$I_p = \frac{V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_1. \quad (2.17)$$

A corrente de (2.17) representa a corrente de pico no indutor na primeira etapa. Para a segunda etapa, o mesmo procedimento é utilizado. Desta forma,

$$V_L = V_o - V_{in} = L \frac{di_{in}(t)}{dt}, \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow V_o - V_{in} = L \frac{I_p}{\Delta t_2}, \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{(V_o - V_{in}) \Delta t_2}{L}, \quad (2.20)$$

e então,

$$I_p = \frac{V_o - V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_2. \quad (2.21)$$

A variação de corrente deve ser a mesma na primeira e segunda etapa de operação para que seja sempre mantida o modo de operação. O que significa $\Delta I(\Delta t_1) = \Delta I(\Delta t_2)$. Assim,

$$\frac{V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_1 = \frac{V_o - V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_2, \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow V_p \sin(\omega t) \Delta t_1 = (V_o - V_p \sin(\omega t)) \Delta t_2, \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{V_p \sin(\omega t)}{V_o - V_p \sin(\omega t)} \Delta t_1, \quad (2.24)$$

substituindo $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$ na equação (2.24), tem-se:

$$\Delta t_2 = \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1. \quad (2.25)$$

O período de permanência da terceira etapa (Δt_3) é calculada a partir do período de comutação fixo. Desta forma:

$$\Delta t_3 = T_s - \Delta t_1 - \Delta t_2. \quad (2.26)$$

No caso em que $\Delta t_3 = 0$, o conversor opera no modo de condução crítico (MCCr), abordado no Capítulo 3.

De modo a garantir a condução descontínua durante todo o período da rede, deve-se determinar a máxima razão cíclica. O maior valor possível para a corrente de pico é dado quando a tensão de entrada esta em $\omega_t = \frac{\pi}{2}$. Desta forma,

$$I_p^{max} = \frac{V_p}{L} \Delta t_1. \quad (2.27)$$

Neste ponto, o tempo necessário para a corrente no indutor chegar a zero na segunda etapa será máxima. Desta forma,

$$\Delta t_2^{max} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \Delta t_1. \quad (2.28)$$

Assim sendo, a razão cíclica é regida por $\Delta t_1 = DT_s$ e $\Delta t_2 = (1 - D)T_s$. Deste modo, pode-se determinar (2.28) por:

$$(1 - D) T_s = \frac{\alpha}{1 - \alpha} DT_s, \quad (2.29)$$

$$\Rightarrow (1 - \alpha) (1 - D) = \alpha D, \quad (2.30)$$

$$\Rightarrow 1 - D - \alpha + \alpha D = \alpha D, \quad (2.31)$$

e então,

$$D = 1 - \alpha. \quad (2.32)$$

De modo a garantir o modo de operação descontínua o projeto deve assegurar que:

$$D^{max} \leq 1 - \alpha. \quad (2.33)$$

Exemplo 2.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução descontínuo. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5% com uma frequência de comutação de 50 kHz. Encontre o maior valor para a razão cíclica D .

Solução: Utilizando a equação (2.33) a razão cíclica máxima é

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

Assim,

$$D \leq 1 - \alpha = 0,2222$$

2.1.3 Característica de saída

A característica de saída do conversor Boost operando em MCD é a corrente média de saída em um período de rede. A corrente média de saída em um período de comutação, é definida pela área do gráfico da Figura 2.1.4, descrito por i_d , em um período de comutação T_s :

$$\langle i_o \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \frac{I_p \Delta t_2}{2}. \quad (2.34)$$

Substitui-se a corrente de pico determinada por (2.17) e o tempo Δt_2 definido por (2.25), para obter:

$$\langle i_o \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \frac{1}{2} \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \Delta t_1 \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1, \quad (2.35)$$

substituindo $\Delta t_1 = DT_s$ e $T_s = \frac{1}{f_s}$, tem-se a corrente média de saída no período de comutação,

$$\langle i_o \rangle_{f_s} = \frac{V_p D^2}{2f_s L} \frac{\alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}. \quad (2.36)$$

A corrente média no período de rede é calculada:

$$\langle i_o \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{V_p D^2}{2f_s L} \frac{\alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} d\omega_t, \quad (2.37)$$

$$\Rightarrow \langle i_o \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} \int_0^\pi \frac{\alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} d\omega_t, \quad (2.38)$$

onde o resultado da integral de (2.38) pode ser encontrado no Apêndice C.

Define-se o resultado da integral por $Y1(\alpha)$. Assim, a corrente média de saída no período de rede é dado por (2.39).

$$\langle i_o \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} Y1(\alpha) \quad (2.39)$$

Pode-se parametrizar a equação (2.39) para observar o comportamento da corrente de saída em função da razão cíclica e de $\beta \left(\beta = \frac{1}{\alpha} \right)$. Assim, fazendo:

$$\overline{\langle i_o \rangle}_{\omega_t} = \frac{f_s L}{V_p} \langle i_o \rangle_{\omega_t}, \quad (2.40)$$

$$\Rightarrow \overline{\langle i_o \rangle}_{\omega_t} = \frac{Y1(\alpha)D^2}{2\pi}. \quad (2.41)$$

Desta forma, a Figura 2.1.5 mostra o comportamento da corrente para diferentes razões cíclicas variando β .

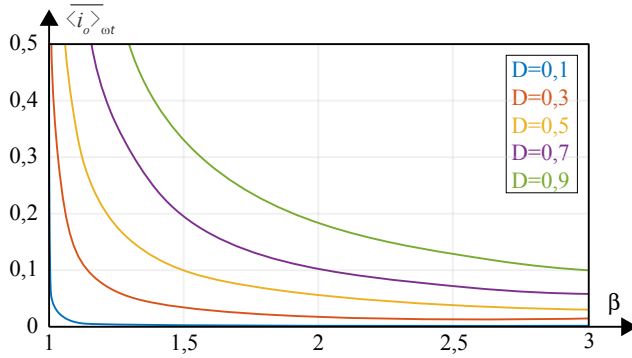


Figura 2.1.5 – Característica de saída.

2.1.4 Determinação do indutor L

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor de armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente, desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Assim, a corrente máxima de saída é dada por:

$$\langle i_o \rangle_{\omega_t}^{max} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2 f_s L} Y1(\alpha). \quad (2.42)$$

A potência máxima pode ser escrita como,

$$P_o^{max} = V_o I_o^{max}. \quad (2.43)$$

Assim, define-se a indutância do indutor L:

$$L \leq \frac{1}{\pi} \frac{V_o V_p (1 - \alpha)^2}{2 f_s P_o^{max}} Y1(\alpha), \quad (2.44)$$

rescrevendo a equação com $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$,

$$L \leq \frac{V_p^2}{2 \pi f_s P_o^{max}} \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha} Y1(\alpha). \quad (2.45)$$

Exemplo 2.1.4

Para o exemplo (2.1.1), determine o valor da indutância do indutor.

Solução: Primeiro, calcula-se $Y1(\alpha)$, α é dado por:

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

e então,

$$YI(\alpha) = -2 - \frac{\pi}{0,7778} + \frac{2}{0,7778\sqrt{1-(0,7778)^2}} \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{0,7778}{\sqrt{1-(0,7778)^2}} \right) \right] = 4,0332$$

Utilizando a equação (2.45).

$$L = \frac{V_p^2}{2\pi f_s P_o^{max}} \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha} YI(\alpha) = \frac{(220\sqrt{2})^2}{2\pi 50 \cdot 10^3 \cdot 1000} \frac{(1-0,7778)^2}{0,7778} 4,0332$$

assim,

$$L = 78 \mu H$$

2.1.5 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (2.46).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (2.46)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{c,pp}, \quad (2.47)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (2.48)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (2.49)$$

A definição da capacitância do capacitor de saída a partir de (2.49) proporciona um valor adequado, mas possui um erro devido aos harmônicos de baixa frequência existente na corrente de saída do conversor. Para um cálculo preciso, a capacitância

do capacitor de saída pode ser calculada através da representação da corrente de pico a pico no capacitor sendo a metade da corrente de pico máximo. Desta forma:

$$I_{c.pp} = \frac{I_p^{max}(1-D)}{2}, \quad (2.50)$$

substitui-se a corrente I_p^{max} definida em (2.27), e o tempo Δt_1 por DT_s . Assim, a corrente de pico a pico do capacitor é:

$$I_{c.pp} = \frac{\frac{V_p}{L}D(1-D)}{2f_s}, \quad (2.51)$$

com isso, a variação de tensão no capacitor dada por (2.47) é:

$$\Delta V_c = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{\frac{V_p}{L}D(1-D)}{2f_s}, \quad (2.52)$$

$$\Rightarrow \Delta V_c = \frac{V_p D(1-D)}{8\pi f_r f_s LC}. \quad (2.53)$$

Por fim, encontra-se uma equação para a capacitância representado por (2.54).

$$C = \frac{V_p D(1-D)}{8\pi f_r f_s L \Delta V_c} \quad (2.54)$$

Exemplo 2.1.5

Para o exemplo (2.1.1), determine o valor da capacitância do capacitor de saída.

Solução: Primeiro determina-se o valor da ondulação de tensão ΔV_C .

$$\Delta V_C = 5\%V_0 = 400 \cdot 0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando as equações (2.49) e (2.54) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_0}{2\pi f_r \Delta V_C V_0} = \frac{1000}{2\pi 60 \cdot 20 \cdot 400} = 331 \mu F$$

Utilizando a formulação alternativa tem-se:

$$C = \frac{V_p D(1 - D)}{8\pi f_r f_s L \Delta V_c} = \frac{(220\sqrt{2}) 0,2222(1 - 0,2222)}{8\pi 60 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 78 \cdot 10^{-6} 20} = 457 \mu F$$

2.1.6 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período de rede elétrica. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

2.1.6.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média do interruptor é calculada pela área da Figura 2.1.4, na qual a corrente descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência:

$$\langle i_s \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_0^{\Delta t_1} \frac{V_p \sin(\omega_t) \cdot t}{L} dt, \quad (2.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \int_0^{\Delta t_1} t dt, \quad (2.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{T_s L} \left(\frac{t^2}{2} \right)_0^{\Delta t_1}, \quad (2.57)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s} = \frac{V_p}{T_s L} \frac{\Delta t_1^2}{2} \sin(\omega_t). \quad (2.58)$$

Desta forma, corrente média do interruptor no período de comutação dada por (2.59).

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{V_p D^2}{2f_s L} \sin(\omega_t) \quad (2.59)$$

Assim, a corrente média no interruptor no período de rede elétrica é calculada. Nota-se que o ciclo repete-se a cada meio período de rede (i.e $\omega_t = [0, \pi]$). Com isso, a corrente média é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{V_p D^2}{2f_s L} \sin(\omega_t) d\omega_t, \quad (2.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} \int_0^\pi \sin(\omega_t) d\omega_t. \quad (2.61)$$

Resolvendo a integral trivial, obtém-se a corrente média do interruptor no período de rede dada por (2.62).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} \quad (2.62)$$

A corrente parametrizada de I_s em função de I_o é:

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{\langle i_s \rangle_{\omega_t}}{\langle i_o \rangle_{\omega_t}}, \quad (2.63)$$

$$\Rightarrow \overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} \frac{\pi}{1} \frac{2f_s L}{V_p D^2 Y1(\alpha)}. \quad (2.64)$$

Assim, obtém-se a corrente média no interruptor parametrizada dada por (2.65).

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{2}{Y1(\alpha)} \quad (2.65)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\Delta t_1} \left(\frac{V_p \sin(\omega_t) \cdot t}{L} \right)^2 dt}, \quad (2.66)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\Delta t_1} t^2 dt}, \quad (2.67)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(\frac{t^3}{3} \right)_0^{\Delta t_1}}, \quad (2.68)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \sqrt{\frac{D^3 T_s^2}{3}}. \quad (2.69)$$

A Equação (2.70) representa a corrente eficaz do interruptor no período de comutação.

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3}} \quad (2.70)$$

A corrente eficaz no interruptor no período de rede eléctrica é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{V_p \sin(\omega_t)}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (2.71)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{D^3}{3} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t}, \quad (2.72)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{D^3}{3} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t}. \quad (2.73)$$

Substituindo a integral trivial, tem-se:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{D^3}{3} \frac{\pi}{2}}. \quad (2.74)$$

Desta forma, corrente eficaz no interruptor no período da rede é dada por (2.75).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{6}} \quad (2.75)$$

A corrente parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}}{\langle i_o \rangle_{\omega_t}}, \quad (2.76)$$

$$\Rightarrow \overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{D^3}{3} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{1} \frac{2f_s L}{V_p D^2 Y_1(\alpha)}}. \quad (2.77)$$

Assim, obtêm-se a corrente eficaz no interruptor parametrizada dada por (2.78).

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2\pi}{Y_1(\alpha)} \sqrt{\frac{1}{6D}} \quad (2.78)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 2.1.6.

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_o. \quad (2.79)$$

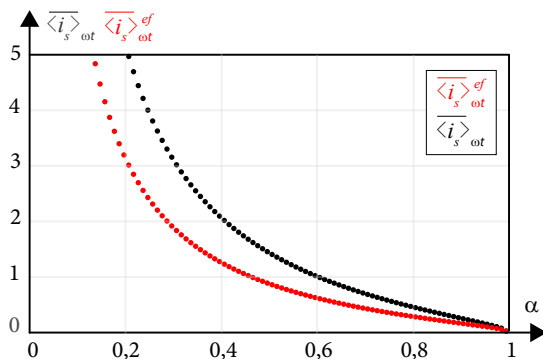


Figura 2.1.6 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

2.1.6.2 Diodo

O diodo possui a mesma característica média da corrente de saída do conversor calculada na seção (2.1.3), desta forma, a corrente média do diodo no período de comutação é dado por (2.80).

$$\langle i_o \rangle_{f_s} = \frac{1}{T_s} \frac{I_p \Delta t_2}{2} \quad (2.80)$$

A corrente média do diodo no período de rede é dado por (2.81).

$$\langle i_o \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2 f_s L} Y1(\alpha) \quad (2.81)$$

O cálculo das correntes eficazes deve-se proceder com a mesma metodologia de cálculo utilizada para o interruptor. Sendo assim, corrente eficaz do diodo no período de comutação é:

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\Delta t_2} \left(\frac{(V_o - V_p \sin(\omega_t)) t}{L} \right)^2 dt}, \quad (2.82)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\Delta t_2} (V_o - V_p \sin(\omega_t))^2 t^2 dt}, \quad (2.83)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{T_s} (V_o - V_p \sin(\omega_t))^2 \left(\frac{t^3}{3} \right)_0^{\Delta t_2}}, \quad (2.84)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{T_s} (V_o - V_p \sin(\omega_t))^2 \frac{\Delta t_2^3}{3}}, \quad (2.85)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{3T_s} (V_o - V_p \sin(\omega_t))^2 \left(\frac{V_p \sin(\omega_t)}{V_o - V_p \sin(\omega_t)} \Delta t_1 \right)^3}, \quad (2.86)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{3T_s} (V_o - V_p \sin(\omega_t))^2 \frac{(V_p \sin(\omega_t))^3}{(V_o - V_p \sin(\omega_t))^3} \Delta t_1^3}, \quad (2.87)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{V_p V_p^2 \sin^3(\omega_t)}{V_o - V_p \sin(\omega_t)} D^3 T_s^2}, \quad (2.88)$$

e assim, a corrente eficaz do diodo no período de comutação dada por (2.89).

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3} \frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}} \quad (2.89)$$

A corrente eficaz do diodo no período da rede elétrica é dada por:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3} \frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (2.90)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{D^3}{3} \int_0^\pi \frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} d\omega_t}, \quad (2.91)$$

onde, o resultado da integral de (2.91) pode ser encontrado no Apêndice C.

Denomina-se o resultado da integral de $Y2(\alpha)$, assim:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)}, \quad (2.92)$$

representando a corrente eficaz no diodo no período da rede.

A corrente eficaz parametrizada é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}}{\langle i_o \rangle_{\omega_t}} = \frac{\frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)}}{\frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} Y1(\alpha)}, \quad (2.93)$$

$$\Rightarrow \overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2\pi}{D^2 Y1(\alpha)} \sqrt{\frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)}, \quad (2.94)$$

$$\Rightarrow \overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2}{Y1(\alpha)} \sqrt{\frac{\pi}{3} \frac{Y2(\alpha)}{D}}. \quad (2.95)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 2.1.7.

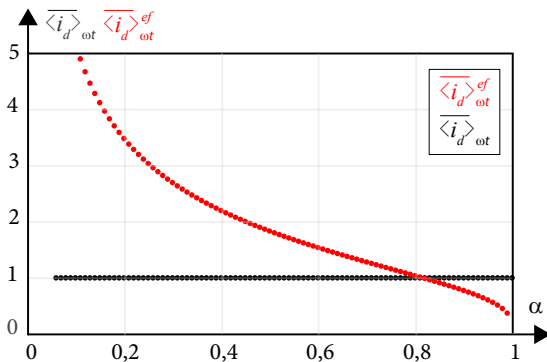


Figura 2.1.7 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_0. \quad (2.96)$$

Exemplo 2.1.6

Utilizando os mesmos dados do exemplo (2.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_0 = 400 \text{ V}$$

Os esforços de corrente do interruptor são dados por (2.62) e (2.75).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} = \frac{1}{\pi} \frac{(220\sqrt{2}) (0,2222)^2}{50 \cdot 10^3 \cdot 78 \cdot 10^{-6}}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = 1,253 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{6}} = \frac{(220\sqrt{2})}{50 \cdot 10^3 \cdot 78 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{(0,2222)^3}{6}}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 3,4112 \text{ A}$$

Os esforços de corrente do diodo são dados por (2.81) e (2.92).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} Y1(\alpha) = \frac{1}{\pi} \frac{(220\sqrt{2}) (0,2222)^2}{2 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 78 \cdot 10^{-6}} 4,0332$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = 7,9429 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)} = \frac{(220\sqrt{2})}{50 \cdot 10^3 \cdot 78 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{(0,2222)^3}{3\pi} 7,2293}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 22,9907 \text{ A}$$

2.1.7 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O fator de potência (FP) e a taxa de distorção harmônica total (THD) estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (2.97).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (2.97)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$, e então:

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (2.98)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz no diodo e do interruptor dada por (2.99).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (2.99)$$

Substituindo (2.75) e (2.92) em (2.99), tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(\frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{6}} \right)^2 + \left(\frac{V_p}{f_s L} \sqrt{\frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)} \right)^2}, \quad (2.100)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(\frac{V_p}{f_s L}\right)^2 \frac{D^3}{6} + \frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha) \left(\frac{V_p}{f_s L}\right)^2}, \quad (2.101)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(\frac{V_p}{f_s L}\right)^2 \left(\frac{D^3}{6} + \frac{D^3}{3\pi} Y2(\alpha)\right)}, \quad (2.102)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \left(\frac{V_p}{f_s L}\right) \sqrt{\frac{D^3}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{Y2(\alpha)}{\pi}\right)}. \quad (2.103)$$

Desta forma, substituindo (2.103) em (2.98), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} Y1(\alpha)}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \left(\frac{V_p}{f_s L}\right) \sqrt{\frac{D^3}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{Y2(\alpha)}{\pi}\right)}}, \quad (2.104)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\frac{1}{\pi} \frac{D^2}{2} Y1(\alpha)}{\frac{\alpha}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{D^3}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{Y2(\alpha)}{\pi}\right)}}, \quad (2.105)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2} D^2 Y1(\alpha)}{2\pi \alpha \sqrt{\frac{D^3}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{Y2(\alpha)}{\pi}\right)}}. \quad (2.106)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD a partir de (2.107).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (2.107)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (2.108)$$

Exemplo 2.1.7

Utilizando os mesmos dados do exemplo (2.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema

Solução: Para encontrar o FP, utiliza-se (2.106):

$$FP = \frac{\sqrt{2} \cdot 0,222^2 \cdot 4,0332}{2 \cdot \pi \cdot 0,7778 \sqrt{\frac{0,2222^3}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{3,6146}{\pi} \right)}} = 0,7414$$

Assim, a partir de (2.108) encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{0,7414^2} - 1} = 0,9052 = 90,52\%$$

Este resultado mostra a necessidade da inserção do filtro de entrada para reduzir as componentes de alta frequência. Com o filtro, a corrente de entrada pode ser representada pela corrente média no indutor em um período de comutação, melhorando assim o FP e a THD.

2.1.8 Determinação do filtro de entrada

O filtro de entrada é projetado a partir da resistência equivalente vista pela entrada do conversor. Esta resistência é responsável pelo amortecimento da ressonância do filtro a ser escolhido.

$$R_{in}^{eq} = \frac{V_p}{I_p^{Max}} \quad (2.109)$$

A partir desta equação, fica a escolha do projetista o tipo de filtro e ordem do mesmo. Diferentes circuitos podem ser utilizados para esta função como filtro L, LC, ressonante, etc.

Exemplo 2.1.8

Para o exemplo (2.1.1), determine um filtro de segunda ordem LC utilizando a resistência equivalente de entrada do conversor.

Solução: Encontrar o valor da resistência, utilizando (2.27) para encontrar a corrente de pico máxima. Onde Δt_1 é igual a D em seu valor máximo. Assim, a partir de (2.109), tem-se:

$$R_{in}^{eq} = \frac{V_p}{I_p^{max}} = \frac{(220\sqrt{2})^2}{\frac{220\sqrt{2}}{78 \cdot 10^{-6}} 0,2222 \cdot \frac{1}{50 \cdot 10^3}} = 17,5 \, \Omega$$

Sabe-se que a equação da resposta padrão de um sistema de segunda ordem é dada por:

$$FT = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

$$\text{onde } \omega_n^2 = \frac{1}{LC}.$$

Definindo o valor para o coeficiente de amortecimento como $\xi = 0,9$ e para a frequência de cruzamento por zero dB sendo a frequência natural do par L-C em $f_c = 10 \text{ kHz}$, tem-se:

$$\omega_c = \omega_n = 2\pi f_c = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^3 = 62831 \text{ rad/s}$$

Assim, pode-se calcular o valor da capacitância do capacitor.

$$C_f = \frac{1}{2\xi\omega_c R_{in}^{eq}} = \frac{1}{2 \cdot 0,9 \cdot 62831 \cdot 17,5} = 0,5 \mu F$$

E a partir do capacitor, calcula-se o valor da indutância do indutor.

$$L_f = \frac{1}{\omega_c^2 C_f} = \frac{1}{(62831)^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 506 \mu H$$

2.1.9 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total com filtro de entrada

A inserção do filtro de entrada minimiza o impacto das componentes em alta frequência na corrente de entrada. Desta forma, a corrente de entrada pode ser representada pelo valor médio da corrente no indutor. Ainda, para esta equação desconsidera-se o fator de deslocamento imposto pela energia reativa absorvida pelos componentes do filtro. Assim, a corrente de entrada pode ser representada por:

$$\langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\int_{\Delta t_1} i_s dT_s + \int_{\Delta t_2} i_d dT_s \right] \quad (2.110)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\frac{I_p \Delta t_1}{2} + \frac{I_p \Delta t_2}{2} \right] \quad (2.111)$$

Substituindo I_p e Δt_2 :

$$\langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\frac{\frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \Delta t_1 \Delta t_1}{2} + \frac{\frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \Delta t_1 \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1}{2} \right], \quad (2.112)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\frac{V_p \sin(\omega_t) \Delta t_1^2}{2L} + \frac{V_p \alpha \sin^2(\omega_t) \Delta t_1^2}{2L(1 - \alpha \sin(\omega_t))} \right]. \quad (2.113)$$

Substituindo $\Delta t_1 = DT_s$, tem-se:

$$\langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\frac{V_p \sin(\omega_t) (DT_s)^2}{2L} + \frac{V_p \alpha \sin^2(\omega_t) (DT_s)^2}{2L(1 - \alpha \sin(\omega_t))} \right], \quad (2.114)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{T_s} = \frac{V_p \sin(\omega_t) D^2 T_s}{2L} + \frac{V_p \alpha \sin^2(\omega_t) D^2 T_s}{2L(1 - \alpha \sin(\omega_t))}, \quad (2.115)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{f_s} = \frac{V_p D^2}{2f_s L} \left(\sin(\omega_t) + \frac{\alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right), \quad (2.116)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{f_s} = \frac{V_p D^2}{2f_s L} \left(\frac{\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) + \alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right), \quad (2.117)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{f_s} = \frac{V_p D^2}{2f_s L} \left(\frac{\sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right), \quad (2.118)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{f_s} = \frac{V_o D^2}{2f_s L} \left(\frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right). \quad (2.119)$$

Assim, a equação (2.119) representa a corrente média de entrada em um período de comutação.

Então, encontra-se o valor eficaz da corrente de entrada no período da rede por:

$$\langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{V_o D^2}{2f_s L} \left(\frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right) \right)^2 d\omega_t}, \quad (2.120)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_o D^2}{2f_s L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}. \quad (2.121)$$

Define-se o valor da raiz quadrada da integral de (2.121) por $YO(\alpha)$. Assim, a corrente eficaz de entrada no período de rede é dado por (2.122).

$$\langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_o D^2}{2\sqrt{\pi} f_s L} YO(\alpha) \quad (2.122)$$

Assim, calculando o FP, tem-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}, \quad (2.123)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{V_o \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{2f_s L} Y1(\alpha)}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{V_o D^2}{2\sqrt{\pi} f_s L} YO(\alpha)}, \quad (2.124)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2\pi}}{\pi} \frac{Y1(\alpha)}{YO(\alpha)}, \quad (2.125)$$

$$\Rightarrow FP = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{YI(\alpha)}{YO(\alpha)}}. \quad (2.126)$$

O valor da THD é encontrado da mesma forma anteriormente definida por (2.108).

Exemplo 2.1.9

Utilizando os mesmos dados do exemplo (2.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP, utiliza-se (2.126):

$$FP = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{YI(\alpha)}{YO(\alpha)}} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{4,03322}{3,35309}} = 0,96$$

Assim, a partir de (2.108) encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{0,96^2} - 1} = 29\%$$

Pode-se perceber uma grande melhora no FP, contudo, a distorção provida da relação α ainda não foi compensada, o que resulta em uma alta THD. Técnicas que modificam o sinal da razão cíclica são soluções para compensar essa distorção.

2.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como a análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O objetivo do modelo para o conversor Boost

PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a corrente e tensão.

2.2.1 Determinação dos modelos

A determinação do modelo no modo de condução descontínuo pode ser simplificada se considerada as seguintes premissas: i) O indutor tem uma dinâmica mais rápida que a dinâmica do capacitor e, ii) A corrente média em regime permanente periódico do diodo seja representada por uma fonte de corrente constante dependente da tensão de saída e da razão cíclica.

A partir destas definições, o circuito equivalente do conversor Boost é mostrado na Figura 2.2.1.

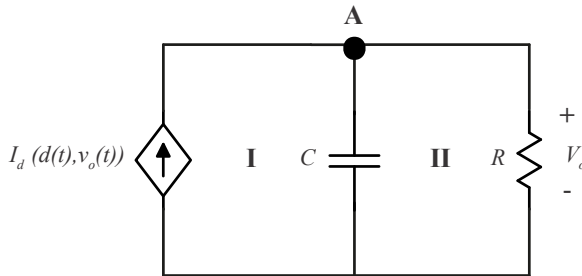


Figura 2.2.1 – Circuito simplificado equivalente do conversor Boost MCD.

2.2.1.1 Malha de controle

A definição da planta de controle é feita por meio da análise do circuito da Figura 2.2.1. Ao aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó A, obtém-se:

$$I_d(d(t), v_o(t)) = \langle i_o \rangle_{\omega_t} = i_c(t) + i_r(t), \quad (2.127)$$

$$\Rightarrow I_d(d(t), v_o(t)) = \langle i_o \rangle_{\omega_t} = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (2.128)$$

Aplicando pequenas perturbações, e reescrevendo as componentes alternadas, tem-se:

$$\tilde{i}_o(t) = C_o \frac{d\tilde{v}_o(t)}{dt} + \frac{\tilde{v}_o(t)}{R_o}. \quad (2.129)$$

Contudo, a corrente de saída $\langle i_o \rangle_{\omega_t}$, definida por (2.39), depende do valor de razão cíclica e da tensão de saída. Sendo assim, quando aplicada uma pequena perturbação de razão cíclica, a tensão de saída altera-se e consequentemente a corrente de saída também se altera. Deste modo, a corrente de saída possui uma variação direta e uma variação indireta. A variação direta provem da razão cíclica e a indireta ocorre devido a variação da tensão de saída. Para uma determinada perturbação de razão cíclica, a variação de corrente pode ser obtida a partir de derivadas parciais na equação da corrente de saída,

$$\langle \tilde{i}_o \rangle_{\omega_t} = \frac{\partial \langle i_o \rangle_{\omega_t}}{\partial d} \tilde{d} + \frac{\partial \langle i_o \rangle_{\omega_t}}{\partial v_o} \tilde{v}_o(t). \quad (2.130)$$

Assim, a derivada da corrente em relação a razão cíclica é:

$$\frac{\partial \langle i_o \rangle_{\omega_t}}{\partial d} = \frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha), \quad (2.131)$$

e a derivada em relação a tensão de saída,

$$\frac{\partial \langle i_o \rangle_{\omega_t}}{\partial v_o} = \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha), \quad (2.132)$$

onde $Z1(\alpha)$ é calculado por (2.133).

$$\begin{aligned}
 Z1(\alpha) = & \frac{-\pi}{V_p} + 2 \frac{\left[\frac{1}{2}\pi + \tan^{-1} \left(\frac{V_p}{V_o \sqrt{1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}}} \right) \right]}{V_p \sqrt{1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}}} - 2 \left[\frac{V_p}{V_p^2 \sqrt{1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}}} \right] \\
 & + 2V_o \frac{\left[\frac{-V_p}{V_p^2 \sqrt{1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}}} - \frac{V_p^3}{V_p^4 \sqrt{\left(1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}\right)^3}} \right]}{1 + \frac{V_p^2}{V_o^2} \left(1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}\right)} \\
 & - 2V_p \frac{\left[\frac{1}{2}\pi + \tan^{-1} \left(\frac{V_p}{V_o \sqrt{1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}}} \right) \right]}{V_p^2 \sqrt{\left(1 - \frac{V_p^2}{V_o^2}\right)^3}}
 \end{aligned} \tag{2.133}$$

Desta forma, substituindo (2.131) e (2.132) em (2.130) tem-se:

$$\langle \tilde{i}_o \rangle_{\omega_i} = \frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha) \tilde{d} + \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha) \tilde{v}_o(t), \quad (2.134)$$

substituindo em (2.128),

$$\frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha) \tilde{d} + \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha) \tilde{v}_o(t) = C_o \frac{d\tilde{v}_o(t)}{dt} + \frac{\tilde{v}_o(t)}{R_o}. \quad (2.135)$$

Aplicando a transformada de Laplace em (2.135), tem-se:

$$\frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha) \tilde{d} + \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha) \tilde{v}_o = s C_o \tilde{v}_o + \frac{\tilde{v}_o}{R_o}, \quad (2.136)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha) \tilde{d} = \tilde{v}_o \left(s C_o + \frac{1}{R_o} - \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha) \right). \quad (2.137)$$

A função de transferência do conversor operando em MCD representada por (2.138).

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{d}} = \frac{\frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha)}{s C_o + \frac{1}{R_o} - \frac{1}{\pi} \frac{V_p D^2}{f_s L} Z1(\alpha)} \quad (2.138)$$

Se a corrente do diodo for considerada invariante com a variação de tensão de saída, não se faz necessário o cálculo de (2.132). Assim, encontra-se uma função de transferência simplificada dada por (2.139).

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{d}} = \frac{\frac{V_p D}{\pi f_s L} Y1(\alpha)}{s C_o + \frac{1}{R_o}} \quad (2.139)$$

2.2.2 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos da malha de controle é representado pela Figura 2.2.2.

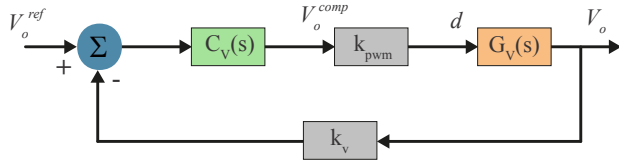


Figura 2.2.2 – Diagrama de blocos do controle de tensão.

Como a referência de V_o é uma constante, a variação da rede não apresenta modificações significativas. Assim, a atuação deve ser mais lenta de modo a rejeitar a ondulação de $2f_r$.

Conversor Boost PFC em MCCR

A operação do conversor Boost PFC no modo de condução crítico (MCCR) é definida pela característica do conversor de apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente do diodo, que atinge o zero por um mínimo tempo, de forma a comutar novamente o interruptor. O modo de condução crítico transforma a frequência de comutação do interruptor variável e necessita apenas da malha de tensão para o controle do conversor.

Pode-se considerar o modo de condução crítico como um caso particular dos modos de operação em histerese. Uma vez

que, para modo de condução crítico, um dos limites da histerese é o valor zero, e o outro é a referência.

3.1 Análise estática

A operação em MCCr conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 3.1.1 e 3.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

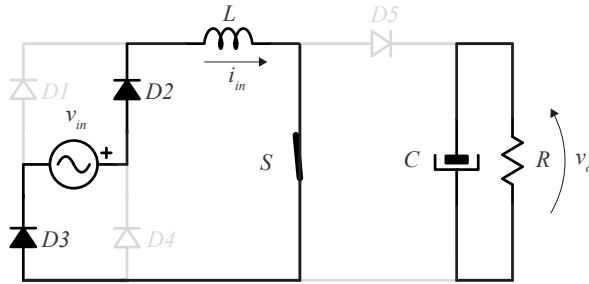


Figura 3.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCCr: 1ª Etapa de operação (Etapa de armazenamento).

3.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 3.1.1 e 3.1.2. O conversor está operando em MCCr, a etapa de armazenamento é caracterizada por um período fixo para carregar o indutor. Na etapa de transferência, o indutor entrega a energia para a carga e, esta etapa é finalizada

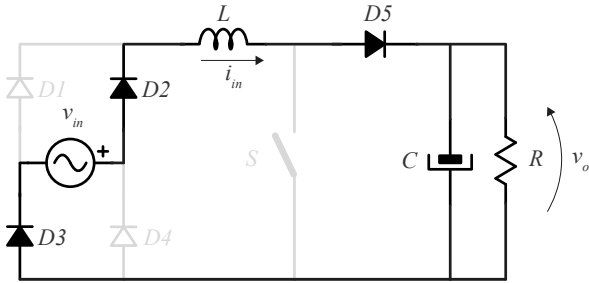


Figura 3.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCCr: 2ª Etapa de operação (Etapa de transferência).

quando a corrente do indutor chega a zero. Ou seja, descarrega-se por completo e neste momento, fecha-se novamente o interruptor.

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 3.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero,

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0. \quad (3.1)$$

Sabe-se que a característica do período de operação da primeira etapa (Δt_1) é DT_s e da segunda etapa (Δt_2) é $(1 - D)T_s$, chega-se em:

$$V_{in}DT_s + (V_{in} - V_o)(1 - D)T_s = 0. \quad (3.2)$$

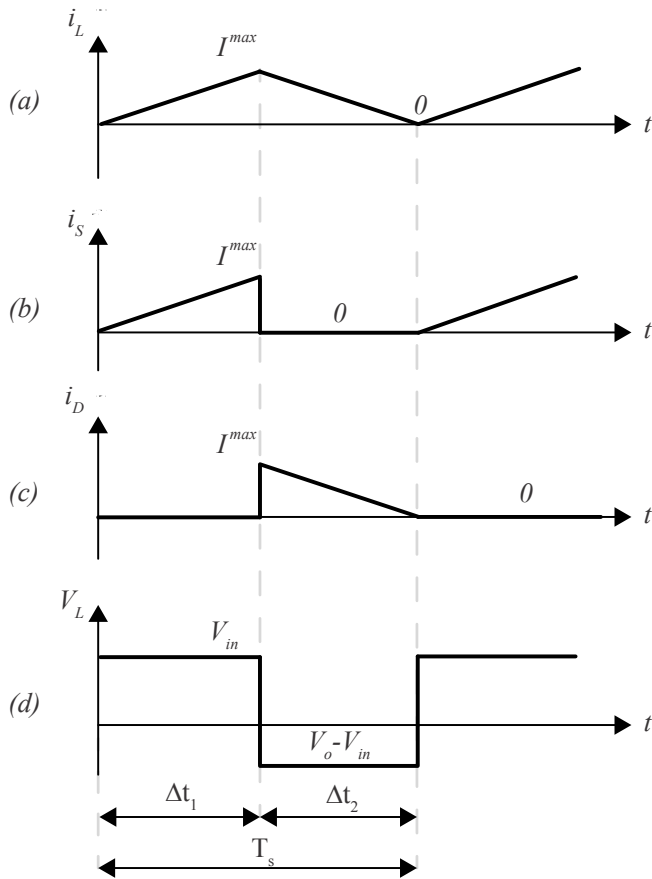


Figura 3.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

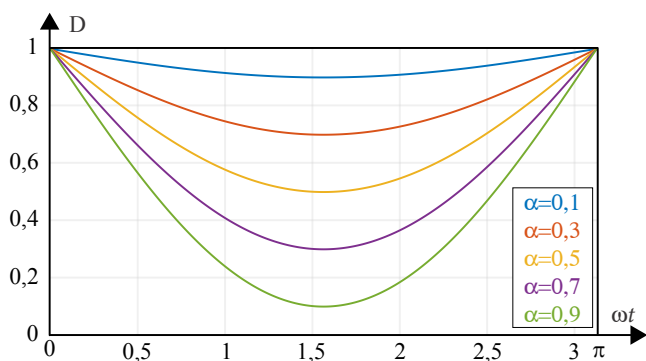


Figura 3.1.4 – Comportamento de D ao longo de ωt .

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por 3.3.

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (3.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (3.3) e substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$.

Desta forma,

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (3.4)$$

ou

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega t). \quad (3.5)$$

Percebe-se que a razão cíclica varia juntamente com deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 3.1.4, onde ωt representa o ângulo em rad/s da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

Exemplo 3.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução crítico. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5%. Encontre o comportamento de D para um semiciclo de rede ω_t .

Solução: O α é dado por:

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir da equação (3.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico.

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

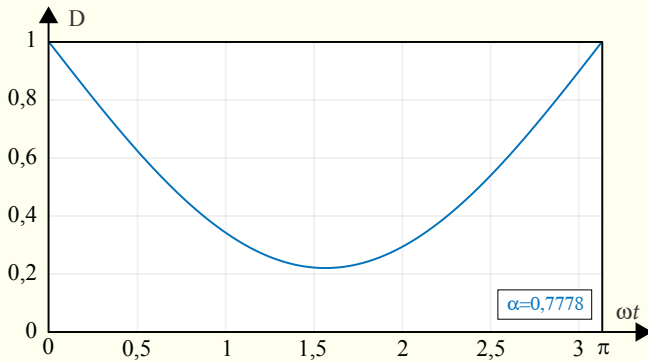


Figura 3.1.5 – Comportamento de D para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

3.1.2 Período e frequência de comutação

O comportamento da frequência de comutação deve ser determinado por intermédio das equações que regem os tempos Δt_1 e Δt_2 , por meio dos circuitos das Figuras 3.1.1 e 3.1.2. Desta forma, a partir da Figura 3.1.1 a tensão no indutor é caracterizado por (3.6).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_{in} \quad (3.6)$$

Reescrevendo (3.6) tem-se:

$$V_p \sin(\omega t) = L \frac{I_p}{\Delta t_1}, \quad (3.7)$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_1. \quad (3.8)$$

De forma análoga, a partir da Figura 3.1.2 a tensão no indutor é dada por (3.9).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_o - V_{in} \quad (3.9)$$

Reescrevendo (3.9),

$$V_o - V_p \sin(\omega t) = L \frac{I_p}{\Delta t_2}, \quad (3.10)$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{V_o - V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_2. \quad (3.11)$$

Assim, utilizando $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$ e igualando (3.8) e (3.11) obtêm-se:

$$\frac{V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_1 = \frac{V_o - V_p \sin(\omega t)}{L} \Delta t_2, \quad (3.12)$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{V_o - V_p \sin(\omega_t)} \Delta t_1, \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1. \quad (3.14)$$

Desta forma, obtêm-se o período de comutação $T_s = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Assim,

$$T_s = \Delta t_1 + \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1, \quad (3.15)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t)) \Delta t_1 + \alpha \sin(\omega_t) \Delta t_1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}, \quad (3.16)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{\Delta t_1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}. \quad (3.17)$$

Para obter o comportamento do período pode-se parametrizar em função de Δt_1 e assim,

$$\overline{T_s} = \frac{T_s}{\Delta t_1} = \frac{1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}. \quad (3.18)$$

Pode-se analisar o período parametrizado para diferentes valores de α com a variação em um semiciclo de rede como mostra a Figura 3.1.6.

De forma análoga, a frequência parametrizada é dada por (3.19) a qual tem o comportamento para diferentes valores de α com a variação em um semiciclo de rede mostrada pela Figura 3.1.7.

$$\overline{f_s} = 1 - \alpha \sin(\omega_t) \quad (3.19)$$

Deste modo, conclui-se que a frequência máxima e mínima de operação são dadas por (3.20).

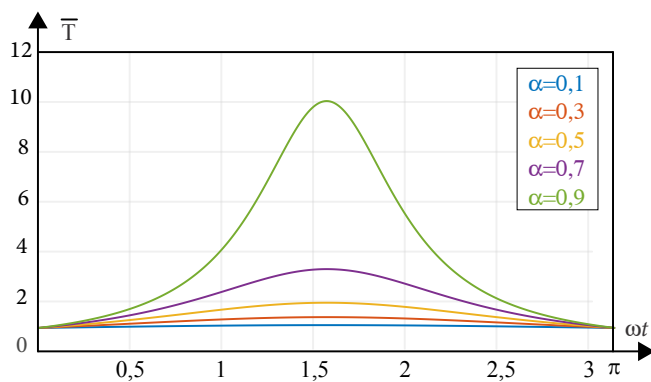


Figura 3.1.6 – Comportamento de $\bar{T}_s$ ao longo de ωt .

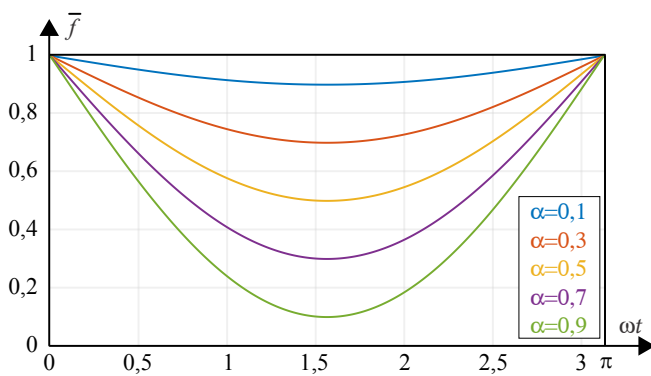


Figura 3.1.7 – Comportamento de $\bar{f}_s$ ao longo de ωt .

$$\begin{cases} \bar{f}_s^{max} = 1 \\ \bar{f}_s^{min} = 1 - \alpha \end{cases} \quad (3.20)$$

Em valores reais:

$$\begin{cases} f_s^{max} = \frac{1}{\Delta t_1} \\ f_s^{min} = \frac{1 - \alpha}{\Delta t_1} \end{cases} \quad (3.21)$$

Para projetos práticos, costuma-se definir inicialmente uma frequência máxima de operação, e então o intervalo de tempo Δt_1 é determinado, e consequentemente a frequência mínima pode ser calculada facilmente.

Exemplo 3.1.2

Para o exemplo da seção (3.1.1), encontre o comportamento do período e da frequência parametrizadas.

Solução: Utilizando as equações (3.18) e (3.19).

$$\begin{aligned} \overline{T_s} &= \frac{T_s}{\Delta t_1} = \frac{1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} = \frac{1}{1 - 0,7778 \sin(\omega_t)} \\ \overline{f_s} &= 1 - \alpha \sin(\omega_t) = 1 - 0,7778 \sin(\omega_t) \end{aligned}$$

A comportamento está mostrado nas Figuras 3.1.8 e 3.1.9.

3.1.3 Determinação do indutor L e corrente de pico I_p

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente. Isto significa, que deve-se determinar a corrente de pico do sistema para encontrar a maior variação de corrente na etapa de armazenamento.

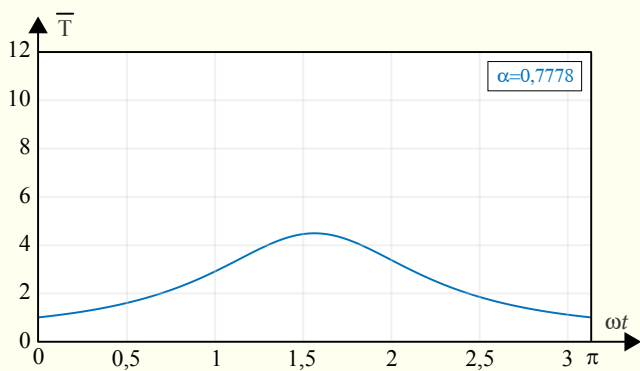


Figura 3.1.8 – Comportamento de $\overline{T}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ωt .

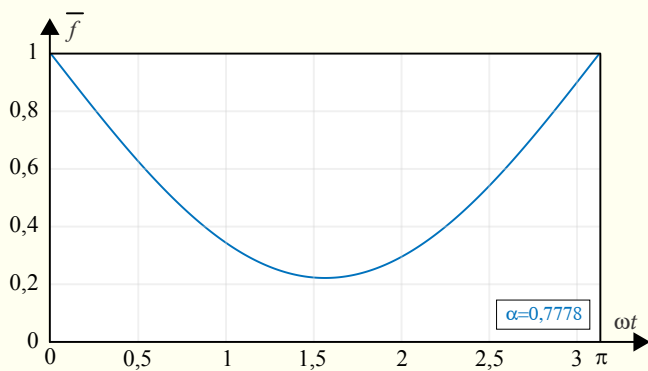


Figura 3.1.9 – Comportamento de $\overline{f}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ωt .

Desta forma,

$$\langle I_L \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta t_1 \cdot I_p}{2} + \frac{\Delta t_2 \cdot I_p}{2} \right), \quad (3.22)$$

e

$$\langle I_L \rangle_{T_s} = \frac{I_p}{2}. \quad (3.23)$$

Desta maneira, pode-se calcular a potência de entrada dos valores instantâneos da tensão e corrente de entrada. Assim,

$$P_{in} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_p \sin \omega_t \cdot \langle I_L \rangle_{T_s} d\omega_t. \quad (3.24)$$

Sabendo que I_p é dado por (3.8), tem-se:

$$P_{in} = \frac{V_p^2 \Delta t_1}{4\pi L} \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega_t d\omega_t, \quad (3.25)$$

resultando na potência média de entrada do conversor Boost no MCCr representada por (3.26).

$$P_{in} = \frac{V_p^2 \Delta t_1}{4L} \quad (3.26)$$

Pode-se reescrever (3.26) a partir da corrente de pico máxima dada por (3.27).

$$I_p^{max} = \frac{V_p \Delta t_1}{L} \quad (3.27)$$

Desta forma:

$$P_{in} = \frac{I_p^{max} V_p}{4}, \quad (3.28)$$

sendo um conversor ideal sem perdas, pode-se dizer que $P_o = P_{in}$. E então, a corrente de pico máxima é (3.29).

$$I_p^{max} = \frac{4P_o}{V_p} \quad (3.29)$$

Pode-se perceber que a corrente de pico máxima do indutor de entrada esta representada em função de parâmetros pré-determinados.

Com $\Delta t_1 = DT_s$ e conhecendo que o maior de Δt_1 será quando o conversor operar a máxima frequência, a indutância do indutor L determinado por (3.26) e (3.29), é calculada por (3.30).

$$L = \frac{V_p^2 \Delta t_1}{4P_o} = \frac{V_p^2}{4P_o f_s^{Max}} = \frac{V_p^2 (1 - \alpha)}{4P_o f_s^{min}} \quad (3.30)$$

Exemplo 3.1.3

Para o exemplo da seção (3.1.1), encontre o valor da potência de entrada, corrente de pico máxima e o valor da indutância do indutor. Utilizando uma frequência máxima de 100 kHz.

Solução: Para determinar a corrente de pico máxima utiliza-se (3.29) e para a indutância do indutor (3.30), assim:

$$P_{in} = P_o = 1000 \text{ W}$$

$$I_p^{max} = \frac{4P_o}{V_p} = \frac{4.1000}{220\sqrt{2}} = 12,8565 \text{ A}$$

$$L = \frac{V_p^2 \Delta t_1}{4P_o} = \frac{V_p^2}{4P_o f_s^{max}} = \frac{(220\sqrt{2})^2}{4.1000.100.10^3}$$

$$L = 242 \mu H$$

3.1.4 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (3.31).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (3.31)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C

na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{c,pp}, \quad (3.32)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (3.33)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (3.34)$$

Exemplo 3.1.4

Para o exemplo da seção (3.1.1), determine o valor da capacitância do capacitor de saída.

Solução: Primeiro determina-se o valor da ondulação de tensão ΔV_C :

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400.0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (3.34) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60.20.400} = 331 \mu F$$

3.1.5 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período de rede elétrica. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

3.1.5.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 3.1.3, na qual a corrente descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência é:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{1}{T_s} \frac{I_p \Delta t_1}{2}, \quad (3.35)$$

substitui-se a corrente I_p dada por (3.8),

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \frac{\Delta t_1 \cdot \Delta t_1}{2T_s}. \quad (3.36)$$

Substitui-se o primeiro Δt_1 por (3.26) e o segundo $\Delta t_1 = DT_s$ por (3.5),

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \frac{\frac{4L \cdot P_{in}}{V_p^2} \cdot (1 - \alpha \sin(\omega_t)) T_s}{2T_s}, \quad (3.37)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{4P_{in} \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{2V_p}, \quad (3.38)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{2V_o I_o \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{V_p}. \quad (3.39)$$

Utilizando a variável α ,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{2I_o \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{\alpha}. \quad (3.40)$$

A corrente média no interruptor no período de rede é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{2I_0 \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{\alpha} d\omega_t, \quad (3.41)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\alpha\pi} \int_0^{\pi} \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)) d\omega_t, \quad (3.42)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\alpha\pi} \left[\int_0^{\pi} \sin(\omega_t) d\omega_t - \alpha \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t \right]. \quad (3.43)$$

Resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\alpha\pi} \left[2 - \alpha \frac{\pi}{2} \right], \quad (3.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\alpha\pi} \left[\frac{4 - \alpha\pi}{2} \right]. \quad (3.45)$$

Desta forma, a corrente média no interruptor no período da rede é dada por (3.46).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_0 \left[\frac{4}{\alpha\pi} - 1 \right] \quad (3.46)$$

Pode-se parametrizar a corrente média no diodo no período da rede em função de I_0 , obtendo:

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{4}{\alpha\pi} - 1. \quad (3.47)$$

A corrente eficaz no interruptor é calculada a partir da forma de onda da corrente no interruptor, dada pela Figura 3.1.3, na qual i_s descreve em um período de comutação:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = \frac{I_p t}{\Delta t_1}, \quad (3.48)$$

desta forma,

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} \left(\frac{I_p t}{\Delta t_1} \right)^2 dt}, \quad (3.49)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(\frac{I_p^2 t^3}{3 \Delta t_1^2} \right)_0^{DT_s}}, \quad (3.50)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{3 T_s} \frac{(DT_s)^3}{\Delta t_1^2}}. \quad (3.51)$$

Substitui-se $DT_s = \Delta t_1$,

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{3 T_s} DT_s}, \quad (3.52)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{3} D}. \quad (3.53)$$

Substitui-se I_p por (3.8) e D por (3.5),

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t) \Delta t_1}{L} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}}. \quad (3.54)$$

Substitui-se Δt_1 por (3.26),

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t) \frac{4L \cdot P_{in}}{V_p^2}}{L} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}}, \quad (3.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sin(\omega_t) \frac{4P_{in}}{V_p} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}}, \quad (3.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sin(\omega_t) \frac{4V_o I_o}{V_p} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}}. \quad (3.57)$$

Assim, a corrente eficaz no período de comutação do interruptor é dada por (3.58).

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \frac{4I_o \sin(\omega_t)}{\alpha} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}} \quad (3.58)$$

A corrente eficaz do interruptor no período de rede elétrica é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{4I_o \sin(\omega_t)}{\alpha} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (3.59)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{3\pi} \int_0^\pi \sin^2(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)) d\omega_t}, \quad (3.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{3\pi} \left[\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t - \alpha \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}. \quad (3.61)$$

Resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{3\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \frac{4}{3} \right]}, \quad (3.62)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\left[\frac{\pi}{3\pi 2} - \alpha \frac{4}{3\pi 3} \right]}, \quad (3.63)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi 3^2}}. \quad (3.64)$$

Assim, a corrente eficaz do interruptor no período da rede é dada por (3.65).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_0}{3\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi}} \quad (3.65)$$

A corrente parametrizada é dada por (3.66).

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{4}{3\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi}} \quad (3.66)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 3.1.10.

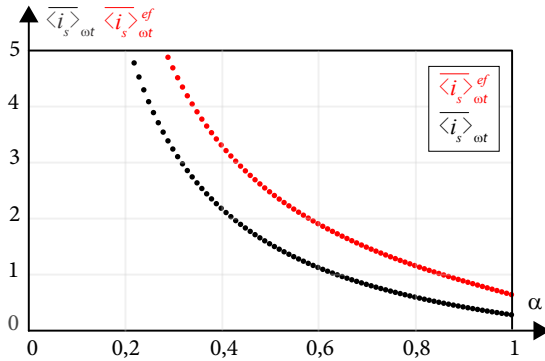


Figura 3.1.10 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_0. \quad (3.67)$$

3.1.5.2 Diodo

A corrente média no diodo no período de comutação é definida pela área do gráfico da Figura 3.1.3, descrita por i_d e desprezando a ondulação em alta frequência. A corrente segue a característica de saída I_o , desta forma,

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = \frac{1}{T_s} \frac{I_p \Delta t_2}{2}. \quad (3.68)$$

De (3.26), tem-se:

$$\Delta t_1 = \frac{4LP_{in}}{V_p^2}. \quad (3.69)$$

Considerando que o conversor não tem perdas, isto é $P_{in} = P_o$ substitui-se (3.11) em (3.69) assim,

$$\Delta t_2 = \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \frac{4LP_o}{V_p^2}. \quad (3.70)$$

Substitui-se (3.8) e (3.70) em (3.68), o que resulta em (3.71).

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = \frac{1}{2T_s} \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \Delta t_1 \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \frac{4LP_o}{V_p^2} \quad (3.71)$$

Sabe-se que $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$ desta forma:

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = \frac{4P_o}{2T_s} \frac{\sin^2(\omega_t)}{V_o - V_p \sin(\omega_t)} \Delta t_1 = \frac{4I_o}{2T_s} \frac{\sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \Delta t_1. \quad (3.72)$$

Substitui-se $\Delta t_1 = DT_s$ e (3.5) em (3.72), assim:

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = \frac{4I_o}{2T_s} \frac{\sin^2(\omega_t)}{D} DT_s. \quad (3.73)$$

Desta forma, a equação (3.74) representa a corrente média no diodo no período de comutação.

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = 2I_0 \sin^2(\omega_t) \quad (3.74)$$

A corrente média do diodo no período de rede é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} 2I_0 \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (3.75)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (3.76)$$

resolvendo a integral trivial, tem-se:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_0}{\pi} \frac{\pi}{2}, \quad (3.77)$$

desta forma,

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = I_0. \quad (3.78)$$

A equação (3.78) representa a corrente média no diodo na frequência da rede. O que representa que toda corrente transfeida para carga passa pelo diodo.

Deve-se realizar o mesmo procedimento para o cálculo da corrente eficaz. Para facilitar o cálculo, a forma de onda da corrente no diodo pode ser deslocada para origem, sendo assim, o comportamento da corrente no diodo no período de comutação é descrita por:

$$\langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{I_p t}{\Delta t_2}. \quad (3.79)$$

Assim, a corrente eficaz no diodo na frequência de comutação é:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(\frac{I_p t}{\Delta t_2} \right)^2 dt}, \quad (3.80)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(\frac{I_p^2 t^3}{3 \Delta t_2^2} \right)_0^{(1-D)T_s}}, \quad (3.81)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \left[\frac{I_p^2 ((1-D)T_s)^3}{3((1-D)T_s)^2} \right]}, \quad (3.82)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{T_s} \left[\frac{(1-D)T_s}{3} \right]}, \quad (3.83)$$

assim,

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{(1-D)}{3}}. \quad (3.84)$$

Substituindo-se D por (3.5), obtém-se:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1 - (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{3}}, \quad (3.85)$$

substitui-se I_p por (3.8),

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{L} \Delta t_1 \sqrt{\frac{\alpha \sin(\omega_t)}{3}}. \quad (3.86)$$

Junta-se os termos em $\sin(\omega_t)$ e substitui-se Δt_1 por (3.26), assim:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \frac{V_p}{L} \frac{4L \cdot P_{in}}{V_p^2} \sqrt{\frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{3}}. \quad (3.87)$$

Simplifica-se as variáveis redundantes e substitui-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$. Com isso:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \frac{4V_o I_o}{V_p} \sqrt{\frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{3}}, \quad (3.88)$$

utilizando α ,

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{3}}, \quad (3.89)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{3\alpha^2}}, \quad (3.90)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{\sin^3(\omega_t)}{3\alpha}}. \quad (3.91)$$

Assim, a corrente eficaz no diodo no período da rede elétrica é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(4I_o \sqrt{\frac{\sin^3(\omega_t)}{3\alpha}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (3.92)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^3(\omega_t)}{3\alpha} d\omega_t}, \quad (3.93)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi} \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t}, \quad (3.94)$$

resolvendo a integral trivial tem-se:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi} \frac{4}{3}}. \quad (3.95)$$

Assim, a equação (3.96) define a corrente eficaz do diodo no período de rede.

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{8I_0}{3\sqrt{\alpha\pi}} \quad (3.96)$$

A corrente parametrizada do diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{8}{3\sqrt{\alpha\pi}}. \quad (3.97)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 3.1.11.

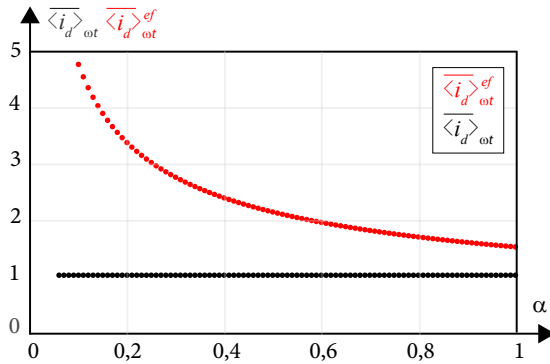


Figura 3.1.11 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_0. \quad (3.98)$$

Exemplo 3.1.5

Utilizando os mesmos dados do exemplo (3.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Então, determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no interruptor são dados por (3.46) e (3.65).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \left[\frac{4}{\alpha \pi} - 1 \right] = 2,5 \left[\frac{4}{0,7778.\pi} - 1 \right] = 1,5924 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{3\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi}} = \frac{4.2,5}{3.0,7778} \sqrt{\frac{3\pi - 0,7778.8}{2\pi}}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 3,0595 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (3.78) e (3.96).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = I_o = 2,5 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{8I_o}{3\sqrt{\alpha\pi}} = \frac{8.2,5}{3\sqrt{0,7778.\pi}} = 4,2648 \text{ A}$$

3.1.6 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (3.99).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (3.99)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então:

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (3.100)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz no diodo e do interruptor dada por (3.101).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (3.101)$$

Substituindo (3.65) e (3.96) na equação (3.101), tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(\frac{4I_o}{3\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi}} \right)^2 + \left(\frac{8I_o}{3\sqrt{\alpha\pi}} \right)^2}, \quad (3.102)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(\frac{4I_o}{3\alpha} \right)^2 \frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi} + \left(\frac{8I_o}{3} \right)^2 \frac{1}{\alpha\pi}}, \quad (3.103)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{\frac{16I_o^2}{9\alpha^2} \frac{3\pi - \alpha 8}{2\pi} + \frac{64I_o^2}{9} \frac{1}{\alpha\pi}}, \quad (3.104)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{\frac{16I_o^2}{9} \left(\frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 2\pi} + \frac{4}{\alpha\pi} \right)}, \quad (3.105)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{4I_o}{3} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 2\pi} + \frac{4}{\alpha\pi}}. \quad (3.106)$$

Assim, substituindo (3.106) em (3.100), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{4I_o}{3} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 2\pi} + \frac{4}{\alpha\pi}}}, \quad (3.107)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{1}{\frac{\alpha}{\sqrt{2}} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 2\pi} + \frac{4}{\alpha\pi}}}, \quad (3.108)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{3\sqrt{2}}{4\alpha \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 2\pi} + \frac{4}{\alpha\pi}}}. \quad (3.109)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD por meio de (3.110).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (3.110)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} \quad (3.111)$$

Exemplo 3.1.6

Utilizando os mesmos dados do exemplo (3.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP, utiliza-se (3.109):

$$FP = \frac{3\sqrt{2}}{4.0,7778 \sqrt{\frac{3\pi - 0,7778.8}{0,7778^2 2\pi} + \frac{4}{0,7778.\pi}}} = 0,86602$$

Assim, a partir de (3.111) encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2}} - 1 = \sqrt{\frac{1}{0,86602^2}} - 1 = 0.393329 = 39,33\%$$

Este resultado mostra a necessidade da inserção do filtro de entrada para reduzir as componentes de alta frequência. Com o filtro, a corrente de entrada pode ser representada pela corrente média no indutor em um período de comutação, assim resultando em um FP teórico próximo a unidade.

3.1.7 Determinação do filtro de entrada

O filtro de entrada é projetado a partir da resistência equivalente vista pela entrada do conversor, dada por 3.112. Esta resistência é responsável pelo amortecimento da ressonância do filtro a ser escolhido.

$$R_{in}^{eq} = \frac{V_p}{I_p^{Max}} \quad (3.112)$$

Por meio desta equação, fica a escolha do projetista o tipo de filtro e ordem do mesmo. Diferentes circuitos podem ser utilizados para esta função como filtro L, LC, ressonante, etc.

Exemplo 3.1.7

Para o exemplo da seção (3.1.1), Determine um filtro de segunda ordem LC utilizando a resistência equivalente de entrada do conversor.

Solução: Encontrar o valor da resistência, utilizando (3.29) para encontrar a corrente de pico máxima. Assim, a resistência é calculada através de (3.112).

$$R_{in}^{eq} = \frac{V_p}{I_p^{max}} = \frac{(220\sqrt{2})}{\frac{4.1000}{220\sqrt{2}}} = 24,2 \, \Omega$$

Sabe-se que a equação da resposta padrão de um sistema de segunda ordem é dada por:

$$FT = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2},$$

onde $\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$.

Definindo o valor para o coeficiente de amortecimento como $\xi = 0,9$ e para a frequência de cruzamento por zero dB sendo a frequência natural do par L-C em $f_c = 10 \, \text{kHz}$

$$\omega_c = \omega_n = 2\pi f_c = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^3 = 62831 \, \text{rad/s}$$

Assim, pode-se calcular o valor da capacitância do capacitor.

$$C_f = \frac{1}{2\xi\omega_c R_{in}^{eq}} = \frac{1}{2 \cdot 0,9 \cdot 62831 \cdot 24,2} = 0,365 \, \mu\text{F}$$

A partir do capacitor, calcula-se o valor da indutância do indutor.

$$L_f = \frac{1}{\omega_c^2 C_f} = \frac{1}{(62831)^2 0,365 \cdot 10^{-6}} = 694 \mu H$$

3.1.8 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total com filtro de entrada

A inserção do filtro de entrada minimiza o impacto das componentes em alta frequência na corrente de entrada. Desta forma, corrente de entrada pode ser representada pelo valor médio da corrente no indutor. Ainda, para esta equação desconsidera-se o fator de deslocamento imposto pela energia reativa absorvida pelos componentes do filtro. Assim, a corrente de entrada pode ser representada pela corrente média no indutor no período da rede dada por (3.23).

Com isso, calculando o valor eficaz da corrente, tem-se:

$$\langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{I_p}{2} \right)^2 d\omega_t}, \quad (3.113)$$

substituindo I_p ,

$$\langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{V_p \sin(\omega_t)}{2L} \Delta t_1 \right)^2 d\omega_t}, \quad (3.114)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p \Delta t_1}{2L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t}, \quad (3.115)$$

$$\Rightarrow \langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p \Delta t_1}{2L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2}}, \quad (3.116)$$

Assim, a corrente (3.117) representa o valor da corrente eficaz de entrada.

$$\langle i_{in} \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{V_p \Delta t_1}{2\sqrt{2}L} \quad (3.117)$$

Desta forma, usando a equação (3.99) pode-se calcular o FP. Substituindo (3.26) e (3.117) e o valor eficaz da tensão de entrada, encontra-se:

$$FP = \frac{\frac{V_p^2 \Delta t_1}{4L}}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{V_p \Delta t_1}{2\sqrt{2}L}}, \quad (3.118)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\frac{V_p^2 \Delta t_1}{4L}}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{V_p \Delta t_1}{2\sqrt{2}L}}, \quad (3.119)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\sqrt{2}}}, \quad (3.120)$$

$$\Rightarrow FP = 1. \quad (3.121)$$

Conclui-se que o fator de potência teórico para este modo de operação com o filtro de entrada é unitário. Desta forma, a partir do FP é possível encontrar a THD dada por (3.122).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (3.122)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} \quad (3.123)$$

Assim, com o resultado encontrado em (3.121) conclui-se que a THD total teórica é nula.

$$THD = 0 \quad (3.124)$$

3.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como a análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a tensão.

3.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no interruptor.

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (3.125)$$

Assim, aplica-se (3.125) pequenas perturbações gerando (3.126), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (3.126)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 3.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 3.2.2, representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

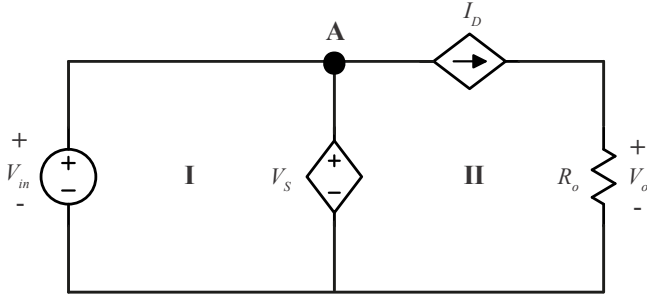


Figura 3.2.1 – Circuito em RP.

Com isso, a partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle da corrente e da tensão.

3.2.1.1 Malha de tensão

A definição da planta de tensão é feita por meio da análise do circuito CA. Ao aplicar a LKC no nó B, obtém-se:

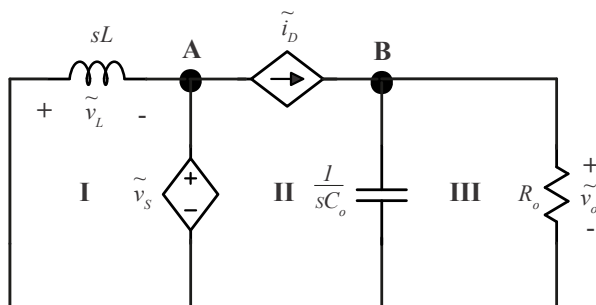


Figura 3.2.2 – Circuito CA.

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (3.127)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (3.128)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em na equação (3.129), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (3.129)$$

3.2.2 Interligação entre I_L^{ref} e G_v

A referência de corrente para detenção do cruzamento por zero é necessário que seja feita a correlação entre I_L^{ref} e a malha de tensão G_v .

Assim, é necessário que (3.129) tenha relação com I_L . Desta forma, a partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente do indutor I_L e a corrente

de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (3.130)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (3.131)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$,

$$\frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (3.132)$$

$$\Rightarrow \frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (3.133)$$

Ao multiplicar (3.129) com (3.133), tem-se a referência em I_L .

3.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos da malha de tensão esta mostrado na Figura 3.2.3.

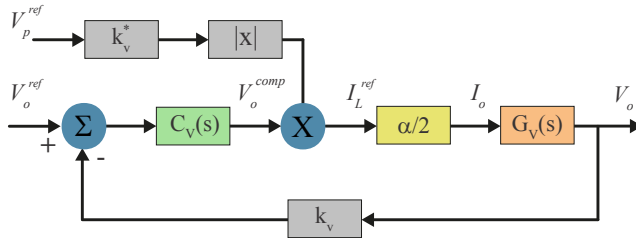


Figura 3.2.3 – Diagrama de blocos do controle de tensão.

O termo não linear na Figura 3.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível linearizá-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* |V_{in}^{ref}|, \quad (3.134)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} |\sin(\omega_t)|. \quad (3.135)$$

Pode-se aproximar a função $(|\sin(\omega_t)|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(|\sin(\omega_t)| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Assim, tem-se:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (3.136)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (3.137).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape}^* = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref} \quad (3.137)$$

O diagrama de blocos linearizado está mostrado na Figura 3.2.4.

A ação do interruptor é acionada por flip-flop SR. Um esquemático está mostrado na Figura 3.2.5 com o controle de tensão.

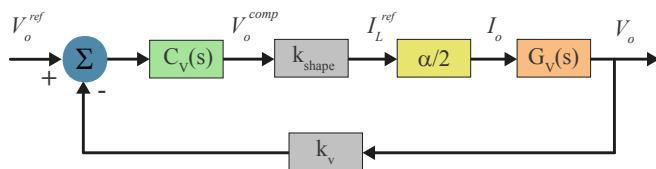


Figura 3.2.4 – Diagrama de blocos do controle de tensão linearizada.

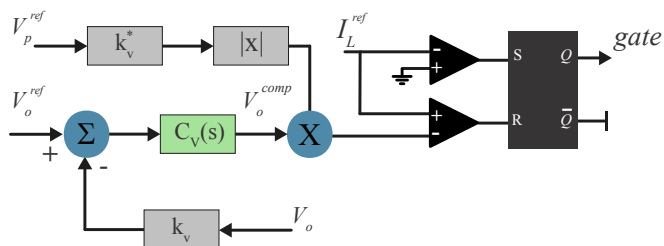


Figura 3.2.5 – Diagrama explicativo sobre utilização do flip-flop SR para comutação do interruptor.



Conversor Boost PFC MCHC

A operação do conversor Boost PFC no modo de condução em histerese constante (MCHC) é definida pela característica do conversor apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente no diodo, que não atinge o zero naturalmente a cada período de comutação, e no caso do conversor Boost pela corrente no indutor que também não passa por zero a cada período de comutação. A margem de operação da corrente em todo período de comutação é restrita a uma histerese constante.

O modo de condução em histerese constante, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade

do filtro de entrada. Porém opera com frequência variável.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost PFC em histerese constante.

4.1 Análise estática

A operação em MCHC conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 4.1.1 e 4.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

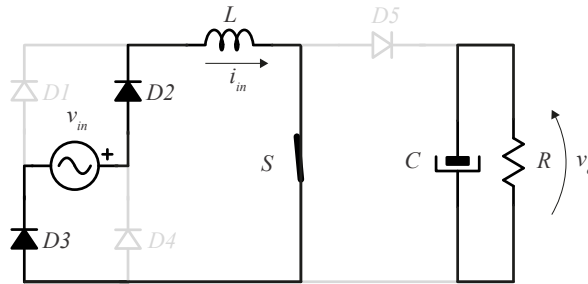


Figura 4.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em histerese constante: 1ª Etapa de operação (Etapa de armazenamento).

4.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 4.1.1 e 4.1.2. O conversor está operando em modo de condução em histerese constante, então existe para

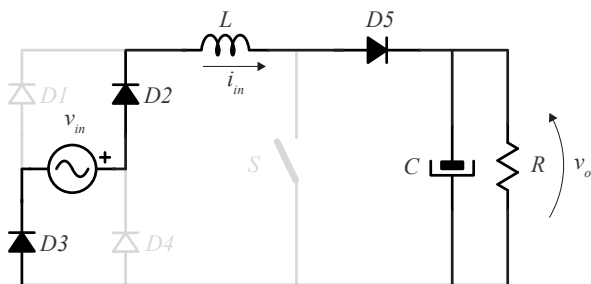


Figura 4.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em histerese contante: 2ª Etapa de operação (Etapa de transferência).

toda faixa de operação um valor para a corrente de referência excursionar sobre a histerese.

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 4.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero,

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0. \quad (4.1)$$

Sabe-se que a característica do período de operação da primeira etapa é DT_s e da segunda etapa é $(1 - D)T_s$, chega-se na seguinte equação:

$$V_{in}DT_s + (V_{in} - V_o)(1 - D)T_s = 0. \quad (4.2)$$

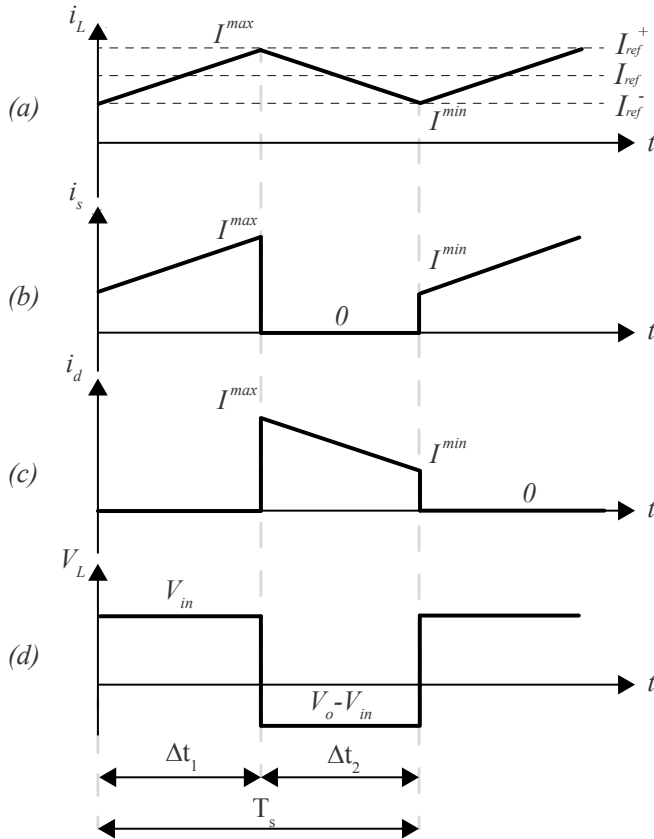


Figura 4.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (4.3).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (4.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (4.3) e substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega_t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$, desta forma,

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (4.4)$$

ou,

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t). \quad (4.5)$$

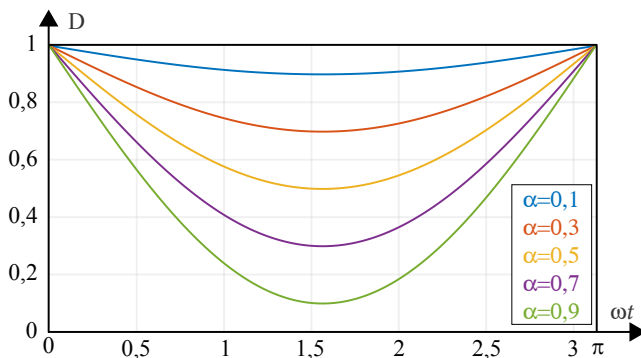


Figura 4.1.4 – Comportamento de D ao longo de ω_t .

Percebe-se por meio de (4.5) que a razão cíclica varia juntamente com o deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 4.1.4, onde ω_t representa o ângulo em *rad/s* da tensão de entrada e D o valor da

razão cíclica.

4.1.2 Corrente de referência I_{ref}

A corrente de referência que rege a histerese de operação do conversor Boost é definida por:

$$I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t). \quad (4.6)$$

O pico da corrente de referência é definido a partir da potência de saída, considerando o conversor ideal onde $P_o = P_{in}$, desta forma:

$$P_{in} = P_o = \frac{V_p I_p}{2}, \quad (4.7)$$

e então,

$$I_{ref.p} = I_p = \frac{2P_o}{V_p}. \quad (4.8)$$

Com a corrente de referência, define-se o limite superior e inferior da histerese, dada por (4.9).

$$\begin{cases} I_{ref}^+ = I_{ref.p} \sin(\omega_t) + \frac{\Delta I_L}{2} \\ I_{ref}^- = I_{ref.p} \sin(\omega_t) - \frac{\Delta I_L}{2} \end{cases} \quad (4.9)$$

Onde ΔI_L é a variação de corrente dada por:

$$\Delta I_L = I_{ref.p} \Delta I_{L\%}. \quad (4.10)$$

Exemplo 4.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando do conversor Boost PFC no modo de histerese constante. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5%. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: O α é dado por

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir de (4.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

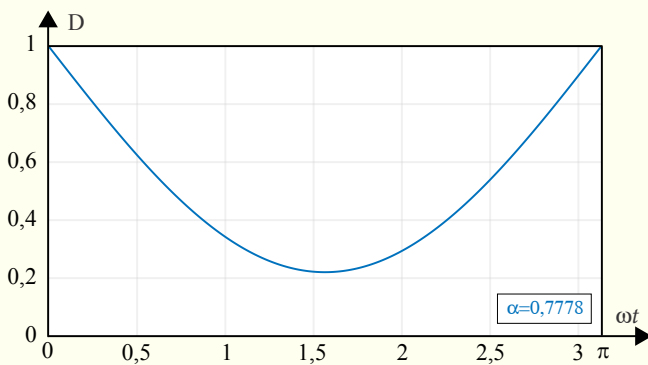


Figura 4.1.5 – Comportamento de D para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

4.1.3 Período e frequência de comutação

O comportamento da frequência de comutação é determinado a partir das equações que regem os tempos Δt_1 e Δt_2 , definidos nos circuitos das Figuras 4.1.1 e 4.1.2.

Desta forma, por meio da Figura 4.1.1 a tensão no indutor é caracterizado por (4.11).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_{in} \quad (4.11)$$

Reescrevendo (4.11) para a primeira etapa de operação, tem-se:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{\Delta t_1}, \quad (4.12)$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{L \Delta I}{V_p \sin(\omega_t)}. \quad (4.13)$$

Assim, de forma análoga com a Figura 4.1.2, pode-se determinar Δt_2 . Desta forma, a equação da tensão no indutor na segunda etapa de operação é dada por (4.14).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_o - V_{in} \quad (4.14)$$

Pode-se reescrever (4.14) como:

$$V_o - V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{\Delta t_2}, \quad (4.15)$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{L \Delta I}{V_o - V_p \sin(\omega_t)}. \quad (4.16)$$

Assim, sabe-se que o período de comutação é $T_s = \Delta t_1 + \Delta t_2$, então:

$$T_s = \frac{L\Delta I_L}{V_p \sin(\omega_t)} + \frac{L\Delta I_L}{V_o - V_p \sin(\omega_t)}. \quad (4.17)$$

Sabendo que ΔI_L no modo de histerese constante é descrito por (4.10) e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$ tem-se:

$$T_s = \frac{\frac{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}}{V_o}}{\alpha \sin(\omega_t)} + \frac{\frac{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}}{V_o}}{1 - \alpha \sin(\omega_t)}, \quad (4.18)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}}{V_o} \left(\frac{1 - \alpha \sin(\omega_t) + \alpha \sin(\omega_t)}{\alpha \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))} \right), \quad (4.19)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}}{V_o} \left(\frac{1}{\alpha \sin(\omega_t) - \alpha^2 \sin^2(\omega_t)} \right), \quad (4.20)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}}{V_p} \left(\frac{1}{\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)} \right). \quad (4.21)$$

Pode-se parametrizar o período T_s para analisar o comportamento do período de comutação em diferentes valores de α , assim:

$$\overline{T_s} = \frac{V_p}{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}} T_s, \quad (4.22)$$

$$\Rightarrow \overline{T_s} = \left(\frac{1}{\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)} \right). \quad (4.23)$$

A Figura 4.1.6 representa o comportamento do período parametrizado.

O mesmo pode ser feito para a frequência, onde a frequência parametrizada é dada por (4.24).

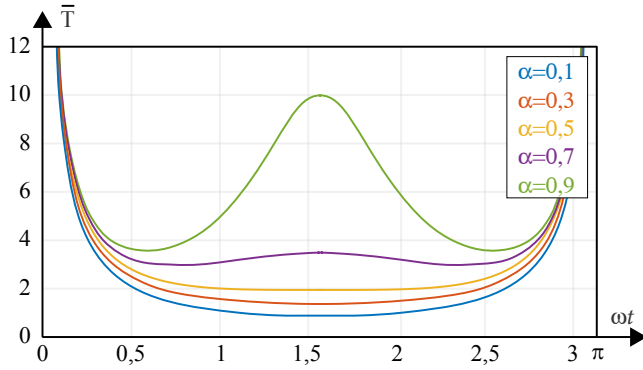


Figura 4.1.6 – Comportamento do período de comutação em um semiciclo de rede.

$$\bar{f}_s = \sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \quad (4.24)$$

Cujo comportamento esta representado na Figura 4.1.7.

De modo a definir o ponto de máximo da frequência de comutação deriva-se a equação (4.24) igualando-a a zero. Assim,

$$\frac{\partial \bar{f}_s}{\partial \omega_t} = 0 \implies \frac{\partial}{\partial \omega_t} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) = 0, \quad (4.25)$$

$$\implies \frac{\partial \bar{f}_s}{\partial \omega_t} = \cos(\omega_t) - \alpha 2 \sin(\omega_t) \cos(\omega_t) = 0, \quad (4.26)$$

$$\implies \cos(\omega_t) [1 - \alpha 2 \sin(\omega_t)] = 0. \quad (4.27)$$

Desta forma, as soluções para a equação são:

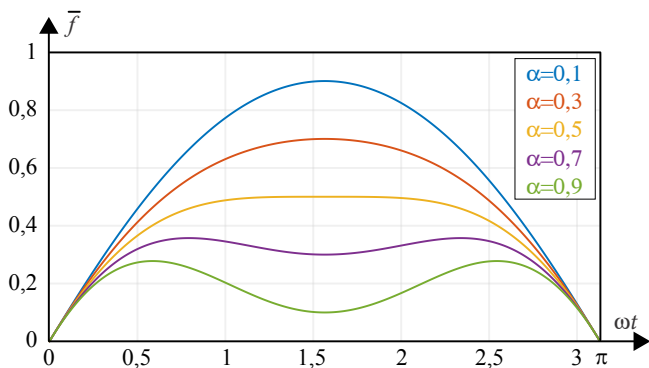


Figura 4.1.7 – Comportamento da frequência de comutação em um semiciclo de rede.

$$r_1 : \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad (4.28)$$

$$r_2 : \omega_t = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad (4.29)$$

Para verificar se estas soluções são pontos de máximo ou de mínimo da função, calcula-se a derivada segunda da função $\bar{f}_s$,

$$\frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t} = \frac{\partial^2}{\partial^2 \omega_t} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right), \quad (4.30)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t} = \sin(\omega_t) (2\alpha \sin(\omega_t) - 1) - 2\alpha \cos^2(\omega_t) \quad (4.31)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t} = -2\alpha \cos(2\omega_t) - \sin(\omega_t). \quad (4.32)$$

Assim, testa-se as raízes de (4.25) em (4.32). Para a primeira raiz, com $n = 0$:

$$\frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_1) = -2\alpha \cos(2r_1) - \sin(r_1) = \frac{1}{2\alpha} - 2\alpha, \quad (4.33)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_1) < 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_1) > 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Agora, para a segunda raiz, com $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$:

$$\frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_2) = -2\alpha \cos(2r_2) - \sin(r_2) = 2\alpha - 1, \quad (4.34)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_2) < 0, \text{ se } \alpha < 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \bar{f}_s}{\partial^2 \omega_t}(r_2) > 0, \text{ se } \alpha > 0,5.$$

Para as soluções desta raiz com $n = 2k$, o resultado é positivo para todo valor de α .

Sabendo que o resultado com sinal negativo indica um ponto de máximo e sinal positivo um mínimo da função, pode-se chegar nas seguintes conclusões:

1. Circuito com $\alpha > 0,5$. Para o circuito com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente será dada por $\omega_t = r_1$. Desta forma, a partir de (4.24), tem-se:

$$\bar{f}_s^{max} = \left(\sin(r_1) - \alpha \sin^2(r_1) \right), \quad (4.35)$$

$$\bar{f}_s^{max} = \left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right), \quad (4.36)$$

assim,

$$\overline{f_s^{max}} = \left(\frac{1}{4\alpha} \right). \quad (4.37)$$

$$f_s^{max} = \frac{V_p}{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}} \left(\frac{1}{4\alpha} \right). \quad (4.38)$$

Concluindo assim, para circuitos com $\alpha > 0,5$, a equação (4.38) rege a maior oscilação de corrente.

2. Circuito com $\alpha < 0,5$. Para circuitos com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente é dado por $\omega_t = r_2$. Desta forma, a partir de (4.24), tem-se:

$$\overline{f_s^{max}} = (1 - \alpha), \quad (4.39)$$

$$f_s^{max} = \frac{V_p}{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}} (1 - \alpha). \quad (4.40)$$

Resumindo:

$$\begin{aligned} \text{Se } \alpha > 0,5 &\implies f_s^{max} = \frac{V_p}{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}} \left(\frac{1}{4\alpha} \right) \text{ em } \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right). \\ \text{Se } \alpha < 0,5 &\implies f_s^{max} = \frac{V_p}{LI_{ref.p}\Delta I_{L\%}} (1 - \alpha) \text{ em } \omega_t = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Importante notar que, para o caso $\alpha = 0,5$, ambas equações encontram no mesmo resultado.

Exemplo 4.1.3

Para o exemplo da seção (4.1.1), encontre o comportamento do período e da frequência parametrizadas.

Solução: O gráfico do período parametrizado é desenhado a partir da equação:

$$\overline{T_s} = \left(\frac{1}{\sin(\omega_t) - \alpha \sin(\omega_t)} \right)$$

4.1.4 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (4.41).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (4.41)$$

Desta forma, analisando a primeira etapa de operação, pode-se reescrever (4.41), como:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (4.42)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de DT_s , a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{DT_s}. \quad (4.43)$$

Então, ao isolar L tem-se:

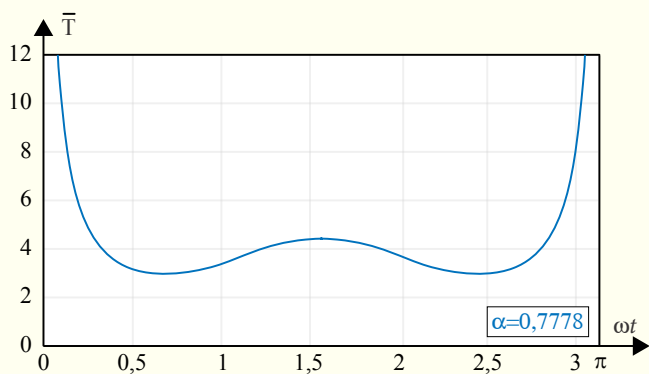


Figura 4.1.8 – Comportamento de $\bar{f}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

Para a frequência utiliza-se a seguinte equação:

$$\bar{f}_s = \sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)$$

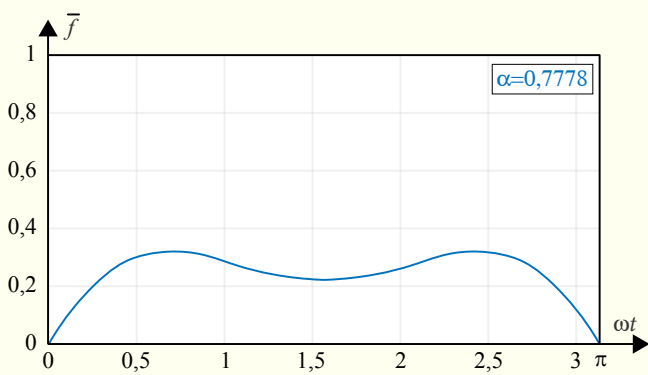


Figura 4.1.9 – Comportamento de $\bar{f}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} D T_s. \quad (4.44)$$

No modo MCHC, o ΔI é constante dado por (4.45).

$$\Delta I_L = I_{ref.p} \Delta I_{L\%} \quad (4.45)$$

Assim, substitui-se (4.3), (4.45) e $T_s = \frac{1}{f_s}$ em (4.44) para obter (4.46).

$$L = \frac{V_o (1 - D)}{f_s I_{ref.p} \Delta I_{L\%}} D \quad (4.46)$$

Se o circuito tiver $\alpha > 0,5$ sabe-se que a máxima frequência ocorre em $D = 0,5$, desta forma, obtém-se a equação do indutor como:

$$L \geq \frac{V_o}{4 f_s^{max} I_{ref.p} \Delta I_{L\%}}. \quad (4.47)$$

Caso contrário aplica-se (4.46).

Exemplo 4.1.4

Para o exemplo da seção (4.1.1), encontre o valor para a máxima oscilação de corrente para um $\Delta I_{L\%} = 10\%$ e o valor da indutância do indutor para uma frequência máxima de 100 kHz .

Solução: Por meio de (4.45) encontra-se o valor máximo da oscilação de corrente.

$$\Delta I_L = I_{\text{ref}.p} \Delta I_{L\%} = \frac{2I_o}{\alpha} \cdot 10\% = \frac{2 \frac{1000}{400}}{0,7778} \cdot 0,1 = 0,64 \text{ A}$$

Utilizando (4.47) encontra-se o valor da indutância do indutor:

$$L = \frac{V_o}{4f_s^{\text{max}} I_{\text{ref}.p} \Delta I_{L\%}} = \frac{400}{4 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,64}$$

$$L = 1,56 \mu\text{H}$$

4.1.5 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (4.48).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (4.48)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{C,pp}, \quad (4.49)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (4.50)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (4.51)$$

Exemplo 4.1.5

Para o exemplo da seção (4.1.1), determine o valor da capacitância do capacitor de saída.

Solução: Primeiro determina-se o valor da ondulação de tensão ΔV_C

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400 \cdot 0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (4.51) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60 \cdot 20 \cdot 400} = 331 \mu F$$

4.1.6 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

4.1.6.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 4.1.3, na qual a corrente é descrita por i_s , considerando que a corrente I_{ref} é a própria corrente média no interruptor pode-se escrever a corrente como:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref} D. \quad (4.52)$$

Substitui-se (4.6) e (4.5) na corrente média do interruptor no período de comutação, assim:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)), \quad (4.53)$$

e então,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) - I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (4.54)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede elétrica:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[I_{ref.p} \sin(\omega_t) - I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t) \right] d\omega_t, \quad (4.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_{ref.p} \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (4.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left[\cos(\omega_t) \right]_0^\pi - \alpha \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)] \right\}_0^\pi, \quad (4.57)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}}{\pi} (2) - \alpha \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (4.58)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} (4 - \pi \alpha)}{2\pi}. \quad (4.59)$$

Desta forma, a equação (4.59) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

Pode-se parametrizar em função da corrente de saída, a partir de (4.8) pode-se rescrever (4.59) por:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_o}{\alpha} \frac{(4 - \pi \alpha)}{2\pi}, \quad (4.60)$$

assim, a corrente parametrizada é,

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{\langle i_s \rangle_{\omega_t}}{I_0} = \frac{(4 - \pi\alpha)}{\alpha\pi}. \quad (4.61)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor é calculada através da forma de onda da corrente no interruptor, dada pela Figura 4.1.3, na qual i_s descreve em um período de comutação:

$$i_s = \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) + \frac{\Delta I_L}{\Delta t_1} t. \quad (4.62)$$

Assim, calcula-se o valor eficaz da corrente:

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) + \frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right]^2 dt}, \quad (4.63)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 + 2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} t + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right)^2 \right] dt}, \quad (4.64)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{DT_s} \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 dt \right] + \frac{1}{T_s} \left[+ \int_0^{DT_s} 2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} t dt + \int_0^{DT_s} \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right)^2 dt \right], \quad (4.65)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \int_0^{DT_s} 1 dt \right] + \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \int_0^{DT_s} t dt + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \int_0^{DT_s} t^2 dt \right], \quad (4.66)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (t)_0^{DT_s} \right] + \frac{1}{T_s} \left[+2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \left(\frac{(t)^2}{2} \right)_0^{DT_s} + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \left(\frac{(t)^3}{3} \right)_0^{DT_s} \right], \quad (4.67)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - 2I_{ref} \frac{\Delta I_L}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right) DT_s \right] + \frac{1}{T_s} \left[+2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \frac{(DT_s)^2}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \frac{(DT_s)^3}{3} \right], \quad (4.68)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right) DT_s \right] + \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L DT_s + \Delta I_L^2 \frac{DT_s}{3} \right], \quad (4.69)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{4} \right) + \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (4.70)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{4} + I_{ref} \Delta I_L - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (4.71)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[I_{ref}^2 + \frac{\Delta I_L^2}{4} - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (4.72)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[I_{ref}^2 + \Delta I_L^2 \left(\frac{1}{12} \right) \right]}, \quad (4.73)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{D \left[I_{ref}^2 + \Delta I_L^2 \left(\frac{1}{12} \right) \right]}. \quad (4.74)$$

Sendo, $D = (1 - \alpha \sin(\omega_t))$, $I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t)$ e $\Delta I_L = I_{ref.p} \Delta I_{L\%}$,

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(1 - \alpha \sin(\omega_t)) \left[I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) + \frac{I_{ref.p}^2 \Delta I_{L\%}^2}{12} \right]}, \quad (4.75)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) - \alpha I_{ref.p}^2 \sin^3(\omega_t) + \frac{I_{ref.p}^2 \Delta I_{L\%}^2}{12} - \alpha \frac{I_{ref.p}^2 \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12}, \quad (4.76)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = I_{ref.p}^2 \left[\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t) + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} - \alpha \frac{\sin(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12} \right]. \quad (4.77)$$

Assim, a corrente eficaz na frequência de comutação é dada por (4.78).

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{12} \Delta I_{L\%}^2 + \sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)} \quad (4.78)$$

A corrente eficaz no interruptor no período da rede elétrica é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_{ref.p} \sqrt{\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{12} \Delta I_{L\%}^2 + \sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t,} \quad (4.79)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \int_0^\pi \left[\frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{12} \Delta I_{L\%}^2 + \sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t) \right] d\omega_t,} \quad (4.80)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} \right]^2 = \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{12} \Delta I_{L\%}^2 d\omega_t \right) + \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t - \int_0^\pi \alpha \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right), \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} \right]^2 &= \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \frac{(\Delta I_{L\%}^2)}{12} d\omega_t \right) \\ &\quad - \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \frac{\alpha \Delta I_{L\%}^2 \sin(\omega_t)}{12} d\omega_t \right) \\ &\quad + \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t - \int_0^\pi \alpha \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right), \quad (4.82) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} \right]^2 &= \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{(\Delta I_{L\%}^2)}{12} \int_0^\pi 1 d\omega_t \right) \\ &\quad - \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\alpha \frac{(\Delta I_{L\%}^2)}{12} \int_0^\pi \sin(\omega_t) d\omega_t \right) \\ &\quad + \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t - \int_0^\pi \alpha \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right). \quad (4.83) \end{aligned}$$

Resolvendo as integrais triviais,

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} \right]^2 = \frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{(\Delta I_{L\%}^2)}{12} \pi - \alpha \frac{(\Delta I_{L\%}^2)}{12} 2 + \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3} \alpha \right), \quad (4.84)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{\pi \Delta I_{L\%}^2 - 2\alpha \Delta I_{L\%}^2 + 6\pi - 16\alpha}{12} \right)}. \quad (4.85)$$

Com isso, a corrente eficaz no período da rede no interruptor é dada por (4.86).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_r}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha} \quad (4.86)$$

A corrente parametrizada eficaz no interruptor é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi}} \alpha. \quad (4.87)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 4.1.10.

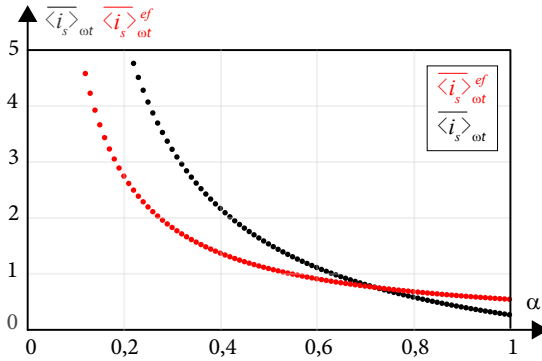


Figura 4.1.10 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_0. \quad (4.88)$$

4.1.6.2 Diodo

A corrente média no diodo no período de comutação é definida pela área da Figura 4.1.3, descrita por i_d , desprezando a ondulação em alta frequência. Considerando a corrente I_{ref} sendo a própria corrente média, obtém-se:

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref}(1 - D). \quad (4.89)$$

Desta forma, substitui-se (4.5) e (4.6) na corrente média no interruptor:

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) (1 - 1 + \alpha \sin(\omega_t)), \quad (4.90)$$

e então,

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (4.91)$$

Integra-se o valor médio da corrente no período de comutação no período da rede para obter o valor médio da corrente no interruptor.

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t)) d\omega_t, \quad (4.92)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (4.93)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{\pi} \frac{\pi}{2}, \quad (4.94)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{2}. \quad (4.95)$$

Desta forma, a equação (4.95) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no diodo é calculada a partir da forma de onda da corrente no diodo, dada pela Figura 4.1.3, na qual i_D descreve em um período de comutação:

$$i_d = \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) - \frac{\Delta I_L}{\Delta t_1} t \quad (4.96)$$

Assim, calcula-se o valor eficaz da corrente.

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left[\left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) - \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right]^2 dt}, \quad (4.97)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left[\left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right] \\ &- \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right] dt \\ &+ \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left[\left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right)^2 \right] dt, \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 dt \\ &- \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} 2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t dt \\ &+ \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right)^2 dt, \end{aligned} \quad (4.99)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \int_0^{(1-D)T_s} 1 dt \\ &- \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \int_0^{(1-D)T_s} t dt \\ &+ \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \int_0^{(1-D)T_s} t^2 dt, \end{aligned} \quad (4.100)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (t)_0^{(1-D)T_s} \\
&- \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \left(\frac{t^2}{2} \right)_0^{(1-D)T_s} \\
&+ \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \left(\frac{t^3}{3} \right)_0^{(1-D)T_s}, \quad (4.101)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (1-D)T_s \\
&- \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \frac{((1-D)T_s)^2}{2} \\
&+ \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \frac{((1-D)T_s)^3}{3}, \quad (4.102)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (1-D)T_s \\
&- \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L \right] (1-D)T_s + \frac{1}{T_s} (\Delta I_L)^2 \frac{(1-D)T_s}{3}, \quad (4.103)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{(1-D)T_s}{T_s} \left[\begin{aligned} &I_{ref}^2 + 2I_{ref} \frac{\Delta I_L}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \\ &- I_{ref} \Delta I_L - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \end{aligned} \right]}, \quad (4.104)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(1-D) \left[I_{ref}^2 + \frac{\Delta I_L^2}{4} - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (4.105)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(1-D) \left[I_{ref}^2 + \frac{1}{12} \Delta I_L^2 \right]}. \quad (4.106)$$

Sendo, $D = (1 - \alpha \sin(\omega_t))$, $I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t)$ e $\Delta I_L = I_{ref.p} \Delta I_{L\%}$,

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(\alpha \sin(\omega_t)) \left[I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) + \frac{I_{ref.p}^2 \Delta I_{L\%}^2}{12} \right]}, \quad (4.107)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\sin^3(\omega_t) + \frac{\Delta I_{L\%}^2 \sin(\omega_t)}{12} \right)}. \quad (4.108)$$

A corrente eficaz no diodo no período da rede elétrica é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\sin^3(\omega_t) + \frac{\Delta I_{L\%}^2 \sin(\omega_t)}{12} \right)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (4.109)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{\alpha I_{ref.p}^2}{\pi} \left\{ \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \int_0^\pi \sin(\omega_t) d\omega_t \right\}}, \quad (4.110)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{4}{3} + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right\}}, \quad (4.111)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{4}{3} + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{6} \right\}}. \quad (4.112)$$

Com isso, a corrente eficaz no período da rede no diodo é dado por (4.113).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)} \quad (4.113)$$

A corrente eficaz no diodo parametrizada é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = 2 \sqrt{\frac{1}{\alpha} \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)}. \quad (4.114)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada no diodo pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 4.1.11.

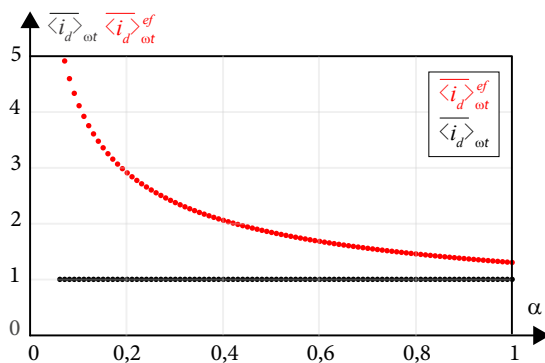


Figura 4.1.11 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}}$ e $\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_o. \quad (4.115)$$

Exemplo 4.1.6

Utilizando os mesmos dados do exemplo (4.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Então, determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

O valor de pico da corrente de referência será:

$$I_{ref.p} = \frac{2I_o}{\alpha} = \frac{2 \cdot 2,5}{0,7778} = 6,42 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no interruptor são dados por (4.59) e (4.86).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}(4 - \pi\alpha)}{2\pi} = \frac{6,42(4 - \pi \cdot 0,7778)}{2\pi} = 1,59 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_r}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_r}^{ef} = 6,42 \sqrt{\frac{6 + 0,1^2}{12} - \frac{0,1^2 + 8}{6\pi} 0,7778} = 2,65 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (4.95) e (4.113).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}\alpha}{2} = \frac{6,42 \cdot 0,7778}{2} = 2,5 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)} = 6,42 \sqrt{0,7778 \cdot \left(\frac{8 + 0,1^2}{6\pi} \right)}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 3,69 \text{ A}$$

4.1.7 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (4.116).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (4.116)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor, tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (4.117)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz no diodo e do interruptor dada por (4.118).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (4.118)$$

Substituindo (4.86) e (4.113) em (4.118), tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(I_{ref.p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha} \right)^2 + \left(I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)} \right)^2}, \quad (4.119)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{I_{ref.p}^2 \left(\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha \right) + I_{ref.p}^2 \left(\alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right) \right)}, \quad (4.120)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{I_{ref.p}^2 \left(\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha + \alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right) \right)}, \quad (4.121)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha + \alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)}. \quad (4.122)$$

Desta forma, substituindo (4.122) em (4.117), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} I_{ref.p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha + \alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)}}, \quad (4.123)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{2P_o}{V_p} \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha + \alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)}}, \quad (4.124)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2}}{2 \sqrt{\frac{6 + \Delta I_{L\%}^2}{12} - \frac{\Delta I_{L\%}^2 + 8}{6\pi} \alpha + \alpha \left(\frac{8 + \Delta I_{L\%}^2}{6\pi} \right)}}. \quad (4.125)$$

Com o FP, é possível encontrar a THD a partir da equação (4.126).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (4.126)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (4.127)$$

Exemplo 4.1.7

Utilizando os mesmos dados do exemplo (4.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP utiliza-se (4.125):

$$FP = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{\frac{6 + 10\%^2}{12} - \frac{10\%^2 + 8}{6\pi}\alpha + \alpha\left(\frac{8 + 10\%^2}{6\pi}\right)}} = 0,99917$$

Assim, a partir de (4.127) encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{0,99917^2} - 1} = 0,0288 = 2,88\%$$

Conclui-se desta forma que, ao utilizar o conversor Boost no MCHC, o sistema opera com um FP teórico próximo a unidade e com a THD próxima a zero.

4.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como a análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar e tensão.

4.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no interruptor.

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (4.128)$$

Assim, aplicam-se em (4.128) pequenas perturbações gerando (4.129), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (4.129)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 4.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 4.2.2 representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

Por meio do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle de tensão.

4.2.1.1 Malha de tensão

A definição da planta de tensão utiliza a LKC no nó B, sendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (4.130)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (4.131)$$

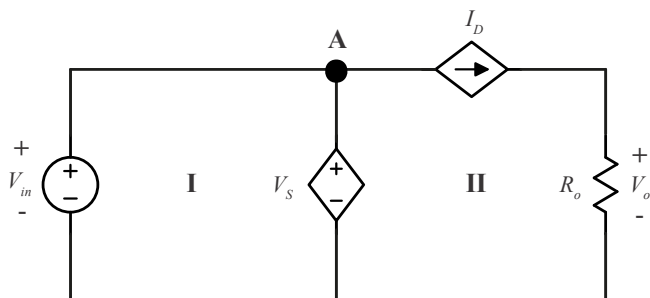


Figura 4.2.1 – Circuito em RP.

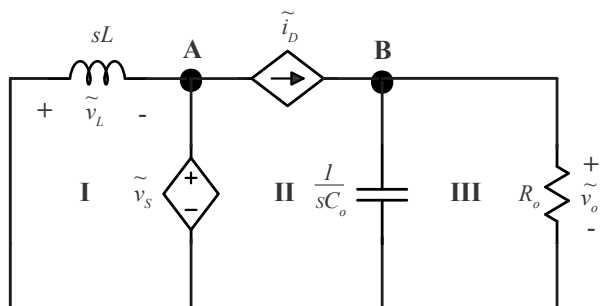


Figura 4.2.2 – Circuito CA.

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (4.132), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (4.132)$$

4.2.2 Interligação entre I_L^{ref} e G_v

A referência de corrente para a detecção do cruzamento dos limites da histerese, é feita pela corrente no indutor. Assim, é necessário que seja feita a correlação entre a corrente referência no indutor com a malha de tensão G_v .

A partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (4.133)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (4.134)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$,

$$\frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (4.135)$$

$$\Rightarrow \frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (4.136)$$

Assim, basta multiplicar (4.132) com (4.136) para ter a referência em I_L .

4.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos da malha de tensão é mostrado na Figura 4.2.3.

O termo não linear na Figura 4.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível lineariza-la sabendo que,

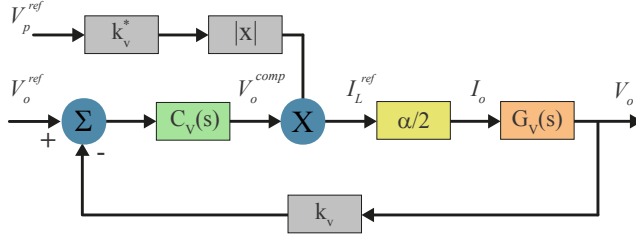


Figura 4.2.3 – Diagrama de blocos do controle de tensão.

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* \left| V_{in}^{ref} \right|, \quad (4.137)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \left| \sin(\omega_t) \right|. \quad (4.138)$$

Pode-se aproximar a função $(\left| \sin(\omega_t) \right|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(\left| \sin(\omega_t) \right| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Desta forma:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (4.139)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (4.140).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref}. \quad (4.140)$$

Por fim, o diagrama de blocos linearizado é mostrado na Figura 4.2.4.

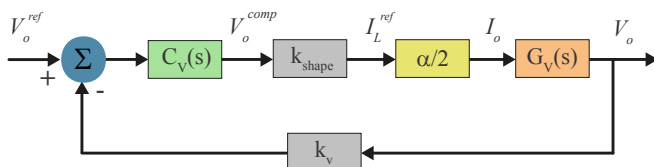


Figura 4.2.4 – Diagrama de blocos do controle de tensão linearizada.

A ação do interruptor é acionada por flip-flop SR, utilizando os limites da histerese para comutar. Um esquemático esta mostrado na Figura 4.2.5 com o controle de tensão.

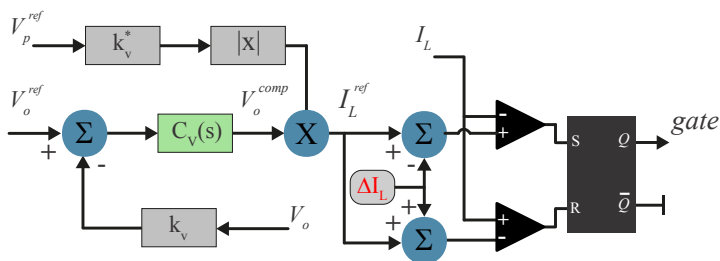


Figura 4.2.5 – Diagrama explicativo sobre utilização do flip-flop SR para comutação do interruptor.



Conversor Boost PFC MCHV

A operação do conversor Boost PFC no modo de condução em histerese variável (MCHV) é definida pela característica do conversor apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente no diodo, que não atinge o zero naturalmente a cada período de comutação, e no caso do Boost pela corrente no indutor que também não passa por zero a cada período de comutação. A margem de operação da corrente em todo período de comutação é variável em uma histerese variável.

O modo de condução em histerese variável, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade

do filtro de entrada. Porém opera com frequência variável.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost PFC em histerese variável.

5.1 Análise estática

A operação em MCHV conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 5.1.1 e 5.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

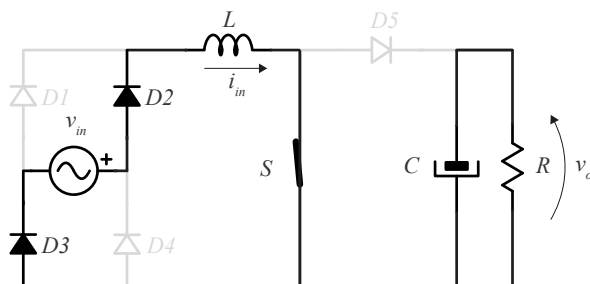


Figura 5.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em histerese variável: 1ª Etapa de operação (Etapa de armazenamento).

5.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 5.1.1 e 5.1.2. O conversor está operando em modo de condução em histerese variável, então existe para toda faixa

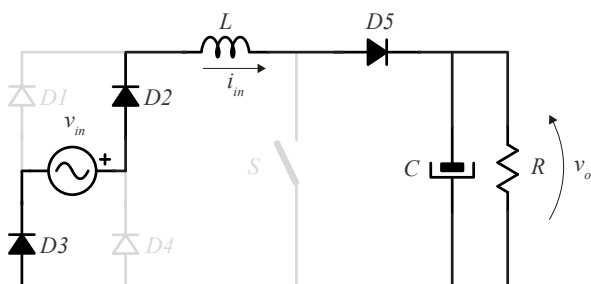


Figura 5.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em histerese variável: 2ª Etapa de operação (Etapa de transferência).

de operação um valor para a corrente de referência excursionar sobre a histerese.

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 5.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero,

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0. \quad (5.1)$$

Sabe-se que a característica do período de operação da primeira etapa é DT_s e da segunda etapa é $(1 - D)T_s$, chega-se em (5.2).

$$V_{in}DT_s + (V_{in} - V_o)(1 - D)T_s = 0 \quad (5.2)$$

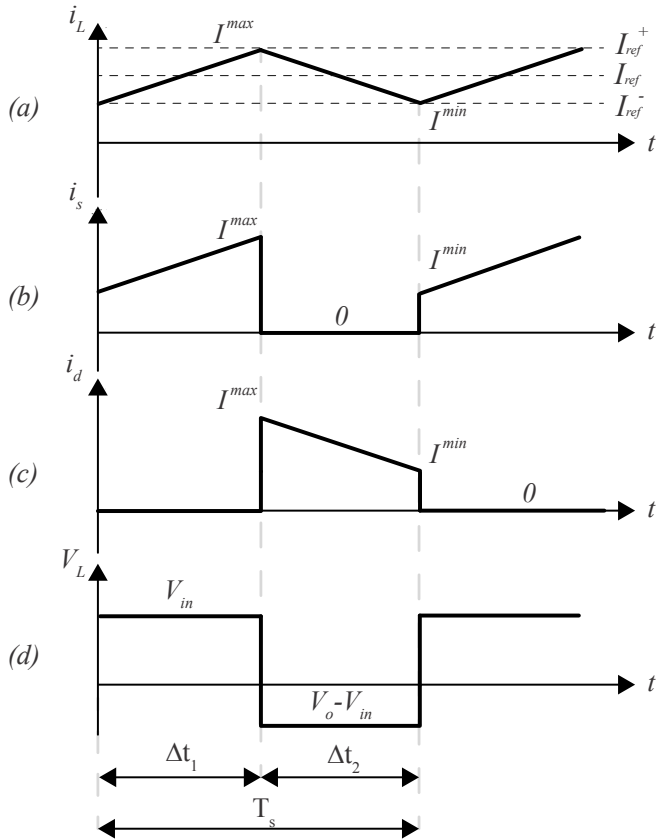


Figura 5.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (5.3).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (5.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se D de (5.3), e substitui-se $V_{in} = V_p \sin(\omega_t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$ na equação, desta forma,

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (5.4)$$

ou,

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t). \quad (5.5)$$

Percebe-se a partir de (5.5) que a razão cíclica varia juntamente com deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 5.1.4, onde ω_t representa o ângulo em *rad/s* da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

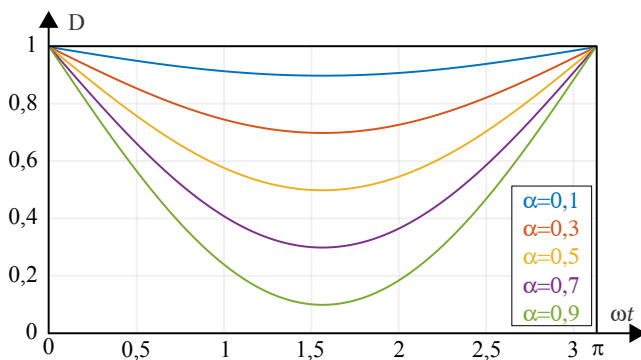


Figura 5.1.4 – Comportamento de D ao longo de ω_t .

Exemplo 5.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução histerese variável. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5%. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: O α é dado por:

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir de (5.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico:

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

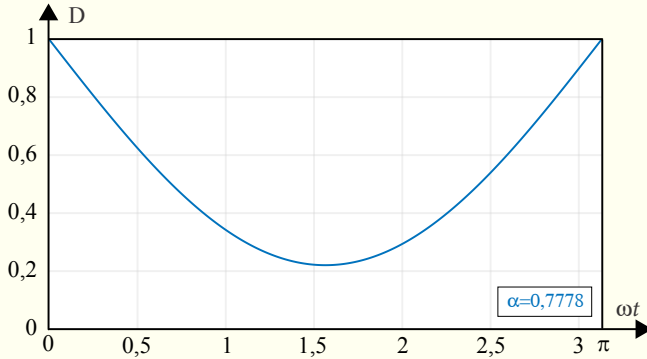


Figura 5.1.5 – Comportamento de D para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

5.1.2 Corrente de referência I_{ref}

A corrente de referência que rege a margem de operação da corrente do conversor é definida por (5.6).

$$I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) \quad (5.6)$$

O pico da corrente de referência é definido a partir da potência de saída. Desta forma, considerando o conversor ideal onde $P_o = P_{in}$, obtêm-se:

$$P_{in} = P_o = \frac{V_p I_p}{2}, \quad (5.7)$$

assim,

$$I_{ref.p} = I_p = \frac{2P_o}{V_p}. \quad (5.8)$$

Com a corrente de referência, define-se o limite superior e inferior da histerese, dada por:

$$\begin{cases} I_{ref}^+ = I_{ref.p} \sin(\omega_t) + \frac{\Delta I_L}{2} \\ I_{ref}^- = I_{ref.p} \sin(\omega_t) - \frac{\Delta I_L}{2} \end{cases}, \quad (5.9)$$

onde ΔI_L é a variação de corrente,

$$\Delta I_L = I_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%}, \quad (5.10)$$

resultando em (5.11).

$$\begin{cases} I_{ref}^+ = \left(I_{ref.p} + \frac{I_{ref.p} \Delta I_{L\%}}{2} \right) \sin(\omega_t) \\ I_{ref}^- = \left(I_{ref.p} - \frac{I_{ref.p} \Delta I_{L\%}}{2} \right) \sin(\omega_t) \end{cases} \quad (5.11)$$

5.1.3 Período e frequência de comutação

O comportamento da frequência de comutação é determinado a partir das equações que regem os tempos Δt_1 e Δt_2 , definidos nos circuitos das Figuras 5.1.1 e 5.1.2.

Desta forma, por meio da Figura 5.1.1 a tensão no indutor é caracterizada por (5.12).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_{in} \quad (5.12)$$

Reescrevendo (5.12) tem-se:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{\Delta t_1}, \quad (5.13)$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{L \Delta I}{V_p \sin(\omega_t)}. \quad (5.14)$$

Assim, de forma análoga com a Figura 5.1.2, pode-se determinar Δt_2 . Desta forma, a equação da tensão no indutor na segunda etapa de operação é dada por (5.15).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V_o - V_{in}, \quad (5.15)$$

reescrevendo (5.15),

$$V_o - V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{\Delta t_2}, \quad (5.16)$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{L \Delta I}{V_o - V_p \sin(\omega_t)}. \quad (5.17)$$

Assim, sabendo que o período de comutação é $T_s = \Delta t_1 + \Delta t_2$ tem-se:

$$T_s = \frac{L \Delta I_L}{V_p \sin(\omega_t)} + \frac{L \Delta I_L}{V_o - V_p \sin(\omega_t)}. \quad (5.18)$$

Substitui-se ΔI_L , que no modo de histerese variável é descrito por (5.10), para obter:

$$T_s = LI_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%} \left(\frac{1}{V_p \sin(\omega_t)} + \frac{1}{V_o - V_p \sin(\omega_t)} \right), \quad (5.19)$$

$$\Rightarrow T_s = LI_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%} \left(\frac{V_o - V_p \sin(\omega_t) + V_p \sin(\omega_t)}{V_p \sin(\omega_t) (V_o - V_p \sin(\omega_t))} \right), \quad (5.20)$$

$$\Rightarrow T_s = LI_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%} \left(\frac{V_o}{V_o V_p \sin(\omega_t) - V_p^2 \sin^2(\omega_t)} \right), \quad (5.21)$$

utilizando $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$,

$$T_s = LI_{ref.p} \Delta I_{L\%} \left(\frac{\sin(\omega_t)}{V_p \sin(\omega_t) - V_p^2 \alpha \sin^2(\omega_t)} \right), \quad (5.22)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{LI_{ref.p} \Delta I_{L\%}}{V_p} \left(\frac{1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right). \quad (5.23)$$

Pode-se parametrizar o período T_s para analisar o comportamento do período de comutação em diferentes valores de α ,

$$\overline{T_s} = \frac{V_p}{LI_{ref.p} \Delta I_{L\%}} T_s, \quad (5.24)$$

$$\Rightarrow \overline{T_s} = \left(\frac{1}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right). \quad (5.25)$$

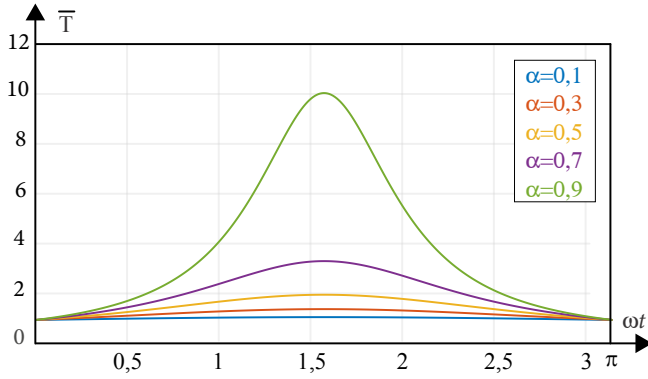


Figura 5.1.6 – Comportamento do período de comutação em um semiciclo de rede.

O comportamento do período parametrizado está mostrado na Figura 5.1.6.

Deste modo, a frequência parametrizada é dada por (5.26). O comportamento da frequência parametrizada é mostrado na Figura 5.1.7.

$$\bar{f}_s = 1 - \alpha \sin(\omega_t) \quad (5.26)$$

A frequência máxima e mínima são dadas por (5.27).

$$\begin{cases} \bar{f}_s^{max} = 1 \\ \bar{f}_s^{min} = 1 - \alpha \end{cases} \quad (5.27)$$

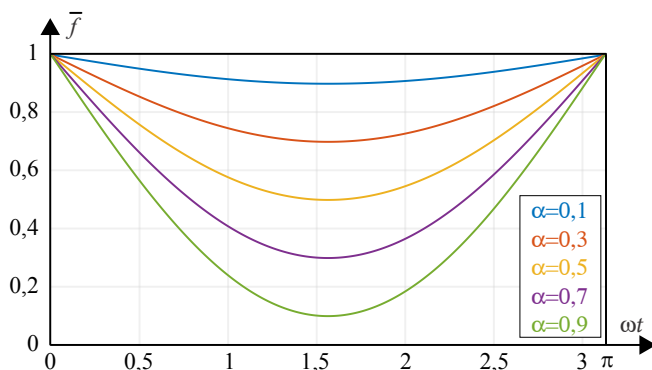


Figura 5.1.7 – Comportamento da frequência de comutação em um semiciclo de rede.

Exemplo 5.1.3

Para o exemplo da seção (5.1.1), encontre o comportamento do período e da frequência parametrizadas.

Solução: Utilizando (5.25) e (5.26).

$$\overline{T_s} = \frac{T_s}{\Delta t_1} = \frac{1}{1 - \alpha \sin(\omega t)}$$

5.1.4 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia varia conforme altera-se a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

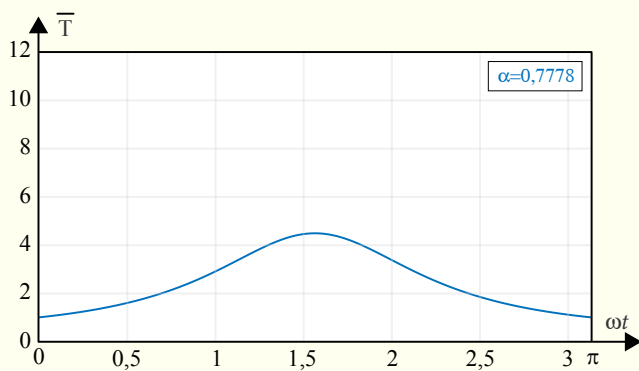


Figura 5.1.8 – Comportamento de $\bar{T}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ωt .

$$\bar{f}_s = 1 - \alpha \sin(\omega t)$$

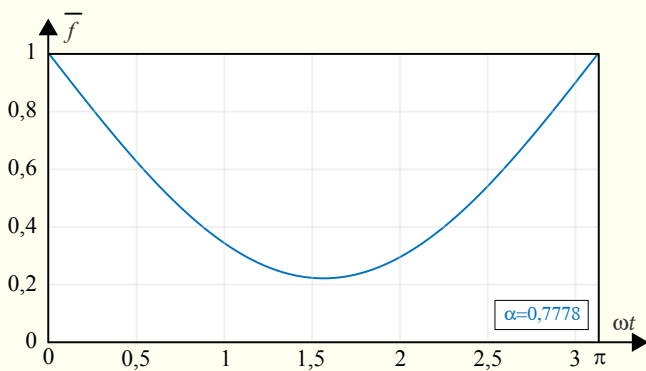


Figura 5.1.9 – Comportamento de $\bar{f}_s$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ωt .

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (5.28).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (5.28)$$

Desta forma, analisando a primeira etapa de operação, pode-se reescrever (5.28), como:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (5.29)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de DT_s , a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{DT_s}. \quad (5.30)$$

Então, ao isolar L tem-se:

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} DT_s, \quad (5.31)$$

substituindo ΔI_L ,

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{I_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%}} DT_s, \quad (5.32)$$

$$\Rightarrow L = \frac{V_p}{I_{ref.p} \Delta I_{L\%}} DT_s. \quad (5.33)$$

Substituindo (5.5) e $T_s = \frac{1}{f_s}$ em (5.31) tem-se:

$$L = \frac{V_p}{f_s I_{ref.p} \Delta I_{L\%}} [1 - \alpha \sin(\omega_t)]. \quad (5.34)$$

Deve-se calcular ao valor de indutância para o ponto de maior ondulação de corrente. A partir de (5.10), nota-se que a maior ondulação é quando $\omega_t = \frac{\pi}{2}$ cuja a frequência de comutação é mínima, e então:

$$L = \frac{V_p (1 - \alpha)}{f_s^{\text{Min}} I_{\text{ref}.p} \Delta I_{L\%}}. \quad (5.35)$$

Exemplo 5.1.4

Para o exemplo da seção (5.1.1), encontre o valor para a máxima oscilação de corrente para um $\Delta I_{L\%} = 10\%$ e o valor da indutância do indutor, com uma frequência mínima de 20 kHz.

Solução: A partir de (5.10) encontra-se o valor máximo de oscilação de corrente.

Quando $\sin(\omega_t) = 1$, isto é, quando $\omega_t = \frac{\pi}{2}$. Assim:

$$\Delta I_L = I_{\text{ref}.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%} = \frac{2I_o}{\alpha} \cdot 1 \cdot 10\% = 0,64 \text{ A}$$

Utilizando (5.35) encontra-se o valor da indutância do indutor:

$$L = \frac{V_p (1 - \alpha)}{f_s^{\text{min}} I_{\text{ref}.p} \Delta I_{L\%}} = \frac{(220\sqrt{2}) (1 - 0,7778)}{20 \cdot 10^3 \cdot 0,64}$$

$$L = 5,4 \mu\text{H}$$

5.1.5 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (va-

lor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (5.36).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (5.36)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{c,pp}, \quad (5.37)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (5.38)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (5.39)$$

Exemplo 5.1.5

Para o exemplo da seção (5.1.1), determine o valor da capacitância do capacitor de saída.

Solução: Primeiro, determina-se o ΔV_C :

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400 \cdot 0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (5.39) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60 \cdot 20 \cdot 400} = 331 \mu F$$

5.1.6 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

5.1.6.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 5.1.3, na qual a corrente é descrita por i_s , considerando a corrente I_{ref} como a própria corrente média no interruptor, pode-se escrever-la como:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref} D. \quad (5.40)$$

Substitui-se (5.5) e (5.6) na corrente média do interruptor, assim:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)), \quad (5.41)$$

e então,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) - I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (5.42)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular a o valor médio no período da rede elétrica:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left[I_{ref.p} \sin(\omega_t) - I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t) \right] d\omega_t, \quad (5.43)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_{ref.p} \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (5.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left(\cos(\omega_t) \Big|_0^{\pi} \right) - \alpha \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)] \Big|_0^{\pi} \right\}, \quad (5.45)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}}{\pi} (2) - \alpha \frac{I_{ref.p}}{\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (5.46)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}(4 - \pi\alpha)}{2\pi}. \quad (5.47)$$

Desta forma, a equação (5.47) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente média parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}} = \frac{2}{\alpha} \frac{(4 - \pi\alpha)}{2\pi}. \quad (5.48)$$

Para o cálculo da corrente eficaz da corrente no interruptor obtém-se a equação da reta dada por (5.49).

$$i_s = \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) + \frac{\Delta I_L}{\Delta t_1} t \quad (5.49)$$

Assim, calcula-se o valor eficaz da corrente:

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) + \frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right]^2 dt}, \quad (5.50)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 + 2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} t + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right)^2 \right] dt}, \quad (5.51)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{DT_s} \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 dt \right] + \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{DT_s} 2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} t dt + \int_0^{DT_s} \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} t \right)^2 dt \right], \quad (5.52)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \int_0^{DT_s} 1 dt \right] + \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \int_0^{DT_s} t dt + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \int_0^{DT_s} t^2 dt \right], \quad (5.53)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (t)_0^{DT_s} \right] + \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \left(\frac{(t)^2}{2} \right)_0^{DT_s} + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \left(\frac{(t)^3}{3} \right)_0^{DT_s} \right], \quad (5.54)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - 2I_{ref} \frac{\Delta I_L}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right) DT_s \right] + \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{DT_s} \frac{(DT_s)^2}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{DT_s} \right)^2 \frac{(DT_s)^3}{3} \right], \quad (5.55)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right) DT_s \right] + \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L DT_s + \Delta I_L^2 \frac{DT_s}{3} \right], \quad (5.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[\left(I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{4} \right) + \left(I_{ref} - \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (5.57)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left(I_{ref}^2 - I_{ref} \Delta I_L + \frac{\Delta I_L^2}{4} + I_{ref} \Delta I_L - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right)}, \quad (5.58)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left(I_{ref}^2 + \frac{\Delta I_L^2}{4} - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right)}, \quad (5.59)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{DT_s}{T_s} \left[I_{ref}^2 + \Delta I_L^2 \left(\frac{1}{12} \right) \right]}, \quad (5.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{D \left[I_{ref}^2 + \Delta I_L^2 \left(\frac{1}{12} \right) \right]}. \quad (5.61)$$

Sendo, $D = (1 - \alpha \sin(\omega_t))$, $I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t)$, e $\Delta I_L = I_{ref.p} \sin(\omega_t) \Delta I_{L\%}$,

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{[1 - \alpha \sin(\omega_t)] \left[\frac{I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t)}{12} + \frac{I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12} \right]} \quad (5.62)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) - \alpha I_{ref.p}^2 \sin^3(\omega_t) + \frac{I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12} - \alpha \frac{I_{ref.p}^2 \sin^3(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12}, \quad (5.63)$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = I_{ref.p}^2 \left(\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t) + I_{ref.p}^2 \left(\frac{\sin^2(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12} - I_{ref.p}^2 \left(\alpha \frac{\sin^3(\omega_t) \Delta I_{L\%}^2}{12} \right) \right) \right), \quad (5.64)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\sin^2(\omega_t) \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right) - \alpha \sin^3(\omega_t) \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right)}, \quad (5.65)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{[\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)] \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12}\right)}, \quad (5.66)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{[\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)] \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12}\right)}. \quad (5.67)$$

A corrente eficaz na frequência de comutação é dada por (5.68).

$$\langle i_s \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{[\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)] \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12}\right)} \quad (5.68)$$

Calcula-se o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_{ref.p} \sqrt{[\sin^2(\omega_t) - \alpha \sin^3(\omega_t)] \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12}\right)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (5.69)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_{ref.p}^2 \left[\frac{\sin^2(\omega_t)}{-\alpha \sin^3(\omega_t)} \right] \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12}\right) d\omega_t}, \quad (5.70)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12}\right) \int_0^\pi \left[\frac{\sin^2(\omega_t)}{-\alpha \sin^3(\omega_t)} \right] d\omega_t}, \quad (5.71)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12} \right) \left[\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t - \alpha \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]} \quad (5.72)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12} \right) \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \frac{4}{3} \right]}. \quad (5.73)$$

A corrente eficaz no interruptor no período da rede é dada por (5.74).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right)} \quad (5.74)$$

A corrente eficaz no interruptor parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right)}. \quad (5.75)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 5.1.10.

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_0. \quad (5.76)$$

5.1.6.2 Diodo

A corrente média no diodo no período de comutação é definida pela área da Figura 5.1.3, descrita por i_d e desprezando a ondulação em alta frequência. Considerando a corrente I_{ref} sendo a própria corrente média obtém-se:

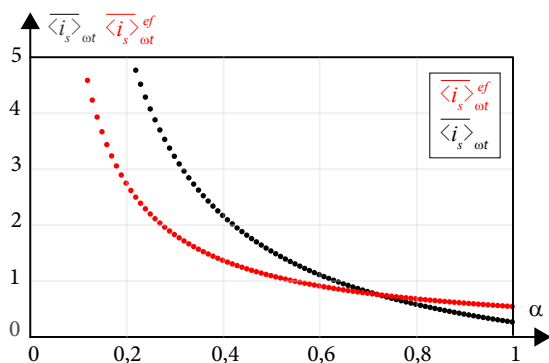


Figura 5.1.10 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref}(1 - D). \quad (5.77)$$

Substituindo (5.5) e (5.6) na corrente média no interruptor tem-se:

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \sin(\omega_t) (1 - 1 + \alpha \sin(\omega_t)), \quad (5.78)$$

e então

$$\langle i_d \rangle_{f_s} = I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (5.79)$$

Integra-se o valor médio da corrente no período de comutação no período da rede para obter o valor médio da corrente no interruptor.

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(I_{ref.p} \alpha \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t, \quad (5.80)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (5.81)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{\pi} \frac{\pi}{2}. \quad (5.82)$$

Desta forma, a equação (5.83) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p} \alpha}{2} \quad (5.83)$$

Para o cálculo da corrente eficaz da corrente no diodo, obtém-se a equação da reta dada por (5.84).

$$i_d = \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) - \frac{\Delta I_L}{\Delta t_2} t \quad (5.84)$$

Assim, calcula-se o valor eficaz da corrente:

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(\left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) - \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right)^2 dt}, \quad (5.85)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left\{ \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \right\} dt \\ &+ \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left\{ -2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right\} dt \\ &+ \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left\{ \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right)^2 \right\} dt, \end{aligned} \quad (5.86)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 dt \\
&\quad - \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} 2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t dt \\
&\quad + \frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} t \right)^2 dt, \quad (5.87)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 \int_0^{(1-D)T_s} 1 dt \\
&\quad - \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \int_0^{(1-D)T_s} t dt \\
&\quad + \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \int_0^{(1-D)T_s} t^2 dt, \quad (5.88)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (t)_0^{(1-D)T_s} \\
&\quad - \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \left(\frac{t^2}{2} \right)_0^{(1-D)T_s} \\
&\quad + \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \left(\frac{t^3}{3} \right)_0^{(1-D)T_s}, \quad (5.89)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 &= \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (1-D)T_s \\
&\quad - \frac{1}{T_s} \left[2 \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right] \frac{((1-D)T_s)^2}{2} \\
&\quad + \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Delta I_L}{(1-D)T_s} \right)^2 \frac{((1-D)T_s)^3}{3}, \quad (5.90)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} \right]^2 = \frac{1}{T_s} \left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 (1-D) T_s - \frac{1}{T_s} \left[\left(I_{ref} + \frac{\Delta I_L}{2} \right) \Delta I_L \right] (1-D) T_s + \frac{1}{T_s} (\Delta I_L)^2 \frac{(1-D) T_s}{3}, \quad (5.91)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{\frac{(1-D) T_s}{T_s} \left[I_{ref}^2 + 2 I_{ref} \frac{\Delta I_L}{2} + \left(\frac{\Delta I_L}{2} \right)^2 - I_{ref} \Delta I_L - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (5.92)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(1-D) \left[I_{ref}^2 + \frac{\Delta I_L^2}{4} - \frac{\Delta I_L^2}{2} + \frac{\Delta I_L^2}{3} \right]}, \quad (5.93)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(1-D) \left[I_{ref}^2 + \frac{1}{12} \Delta I_L^2 \right]}. \quad (5.94)$$

Sendo, $D = (1 - \alpha \sin(\omega_t))$, $I_{ref} = I_{ref.p} \sin(\omega_t)$ e $\Delta I_L = I_{ref.p} \Delta I_{L\%} \sin(\omega_t)$,

$$\langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = \sqrt{(\alpha \sin(\omega_t)) \left[I_{ref.p}^2 \sin^2(\omega_t) + \frac{1}{12} I_{ref.p}^2 \Delta I_{L\%}^2 \sin^2(\omega_t) \right]}, \quad (5.95)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{f_s}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \sin^3(\omega_t) \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right)}. \quad (5.96)$$

Calcula-se o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_{ref.p} \sqrt{\alpha \sin^3(\omega_t) \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (5.97)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_{ref.p}^2 \alpha \sin^3(\omega_t) \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right) d\omega_t}, \quad (5.98)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right) \alpha \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t}, \quad (5.99)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_{ref.p}^2}{\pi} \left(1 + \frac{\Delta I_{L\%}^2}{12} \right) \alpha} \frac{4}{3}, \quad (5.100)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{12} \right) \frac{4\alpha}{3\pi}}. \quad (5.101)$$

Assim, a equação (5.102) representa a corrente eficaz no diodo.

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)} \quad (5.102)$$

A corrente parametrizada eficaz no diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = 2 \sqrt{\frac{1}{\alpha} \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)}. \quad (5.103)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 5.1.11.

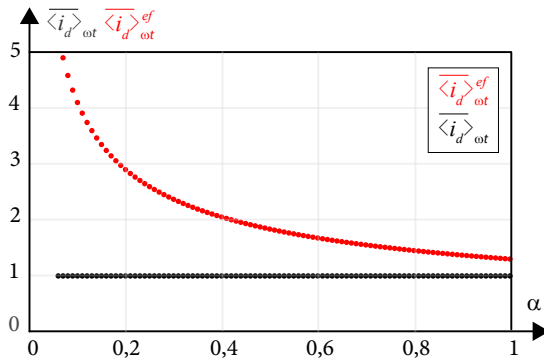


Figura 5.1.11 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_0. \quad (5.104)$$

Exemplo 5.1.6

Utilizando os mesmos dados do exemplo (5.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Então, determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

O valor de pico da corrente de referência será:

$$I_{ref.p} = \frac{2I_o}{\alpha} = \frac{2 \cdot 2,5}{0,7778} = 6,42 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no interruptor são dados por (5.47) e (5.74).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}(4 - \pi\alpha)}{2\pi} = \frac{6,42(4 - \pi \cdot 0,7778)}{2\pi} = 1,59 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right)}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 6,42 \sqrt{\left(\frac{0,1^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8,0,7778}{6} \right)}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 2,65 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (5.83) e (5.102).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_{ref.p}\alpha}{2} = \frac{6,42,0,7778}{2} = 2,5 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)} = 6,42 \sqrt{0,7778 \left(\frac{12 + 0,1^2}{9\pi} \right)}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 3,69 \text{ A}$$

Apesar dos valores parecerem iguais aos encontrados no MCHC, a diferença está na terceira casa decimal para este exemplo.

5.1.7 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (5.105).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (5.105)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (5.106)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz no diodo e do interruptor dada por (5.107).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (5.107)$$

Substituindo (5.74) e (5.102) em (5.107), tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right)} \right)^2 + \left(I_{ref.p} \sqrt{\alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)} \right)^2}, \quad (5.108)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{I_{ref.p}^2 \left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right) + I_{ref.p}^2 \alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)}, \quad (5.109)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right) + \alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)}. \quad (5.110)$$

Desta forma, substituindo (5.110) em (5.106), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} I_{ref.p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi} \right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6} \right) + \alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi} \right)}}, \quad (5.111)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{2P_o}{V_p} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi}\right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6}\right) + \alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi}\right)}}, \quad (5.112)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2}}{2 \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{L\%}^2 + 12}{12\pi}\right) \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6}\right) + \alpha \left(\frac{12 + \Delta I_{L\%}^2}{9\pi}\right)}}. \quad (5.113)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD pela equação (5.114).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (5.114)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (5.115)$$

Exemplo 5.1.7

Utilizando os mesmos dados do exemplo (5.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP utiliza-se (5.113)

$$FP = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{\left(\frac{10\%^2 + 12}{12\pi}\right)\left(\frac{3\pi - 8(0,7778)}{6}\right) + 0,7778\left(\frac{12 + 10\%^2}{9\pi}\right)}}$$

$$FP = 0,99958$$

Assim, a partir de (5.115) encontra-se a THD.

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{0,99958^2} - 1} = 0,0205 = 2,05\%$$

Conclui-se desta forma que, ao utilizar o conversor boost no MCHV, o sistema opera com um FP teórico próximo a unidade e com a THD próxima a zero.

5.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como a análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a tensão.

5.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no interruptor.

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (5.116)$$

Assim, aplica-se (5.116) pequenas perturbações gerando (5.117), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (5.117)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 5.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 5.2.2 representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

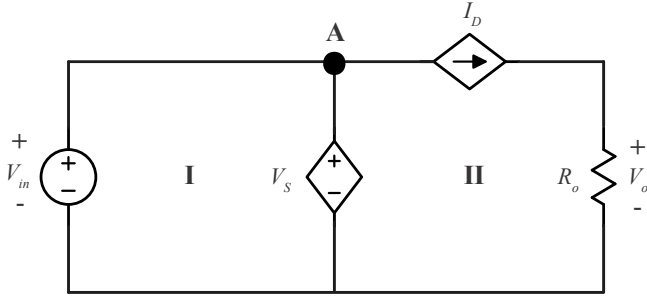


Figura 5.2.1 – Circuito em RP.

A partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle de tensão.

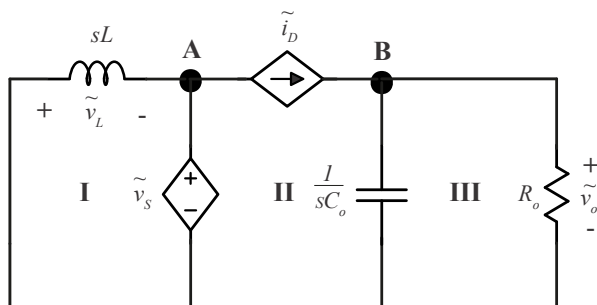


Figura 5.2.2 – Circuito CA.

5.2.1.1 Malha de tensão

A definição da malha de tensão utiliza a LKC no nó B, tendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (5.118)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (5.119)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (5.120), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (5.120)$$

5.2.2 Interligação entre I_L^{ref} e G_v

A referência de corrente para a detecção do cruzamento pelos limites da histerese é feita através da corrente no indutor.

Assim, é necessário que seja feita a correlação entre a corrente referência no indutor com a malha de tensão G_v .

A partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (5.121)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (5.122)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$,

$$\frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (5.123)$$

$$\Rightarrow \frac{I_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (5.124)$$

Assim, basta multiplicar (5.120) com (5.124) para ter a referência em I_L .

5.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos da malha de tensão é mostrado na Figura 5.2.3.

O termo não linear na Figura 5.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência.

Desta forma, é possível lineariza-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* \left| V_{in}^{ref} \right|, \quad (5.125)$$

e então,

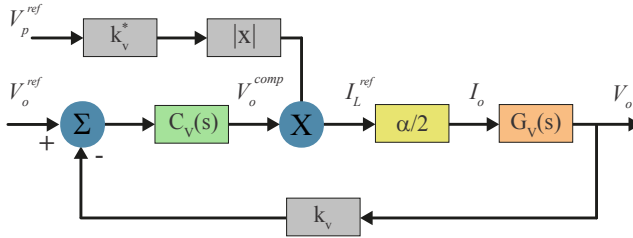


Figura 5.2.3 – Diagrama de blocos do controle de tensão.

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} |\sin(\omega_t)|. \quad (5.126)$$

Pode-se aproximar a função $(|\sin(\omega_t)|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(|\sin(\omega_t)| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Assim, tem-se:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (5.127)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (5.128).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref}. \quad (5.128)$$

O diagrama de blocos linearizado está mostrado na Figura 5.2.4.

A ação do interruptor é acionada por flip-flop SR, utilizando os limites da histerese para comutar. Um esquemático está mostrado na Figura 5.2.5 com o controle de tensão.



Conversor Boost PFC em MCC

A operação do conversor Boost PFC no modo de condução contínuo é definida pela característica do conversor apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente no diodo, que não atinge o zero naturalmente a cada período de comutação, e no caso do Boost pela corrente no indutor que também não passa pelo zero a cada período de comutação. O modo de condução contínuo, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade do filtro de entrada.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost PFC no MCC.

6.1 Análise estática

A operação no MCC conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 6.1.1 e 6.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

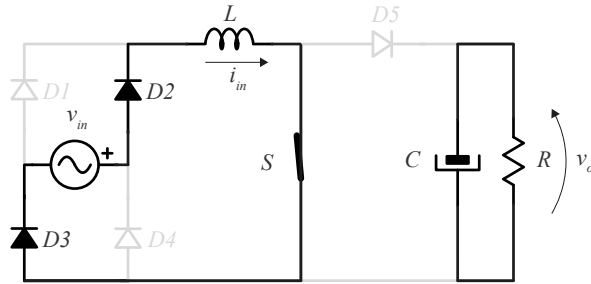


Figura 6.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCC: 1ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

6.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 6.1.1 e 6.1.2. O conversor está operando no MCC, então existe para toda faixa de operação do período de comutação um único valor máximo (I_{max}) e mínimo (I_{min}), dentro do qual a corrente no indutor excursiona. Desta forma, na primeira etapa a corrente no indutor circula pela chave (S), enquanto na segunda etapa circula pelo diodo ($D5$).

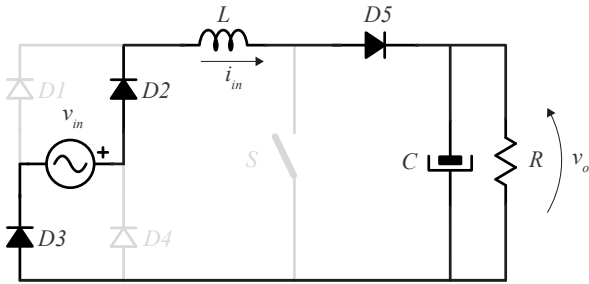


Figura 6.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost PFC em MCC: 2ª etapa de operação (Etapa de transferência).

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 6.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero. Como mostra a equação (6.1).

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0 \quad (6.1)$$

Sabendo que a característica do período de operação da primeira etapa é DT_s e da segunda etapa é $(1 - D)T_s$, chega-se na seguinte conclusão:

$$V_{in}DT_s + (V_{in} - V_o)(1 - D)T_s = 0. \quad (6.2)$$

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (6.3).

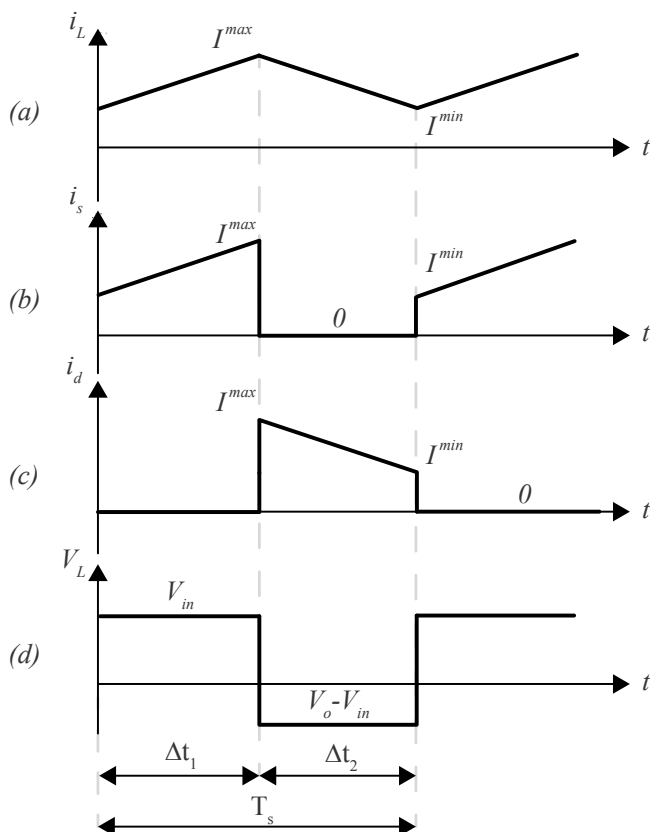


Figura 6.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (6.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (6.3), substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega_t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$.

Desta forma:

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (6.4)$$

ou,

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t). \quad (6.5)$$

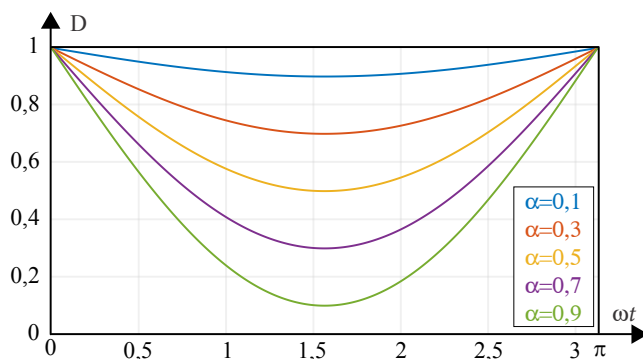


Figura 6.1.4 – Comportamento de D ao longo de ω_t .

Percebe-se a partir de (6.5) que a razão cíclica varia juntamente com deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 6.1.4, onde ω_t representa o ângulo em rad/s da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

Exemplo 6.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução contínuo. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5% com uma frequência de comutação de 50 kHz. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: Primeiro calcula-se o valor de α :

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir de (6.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico.

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

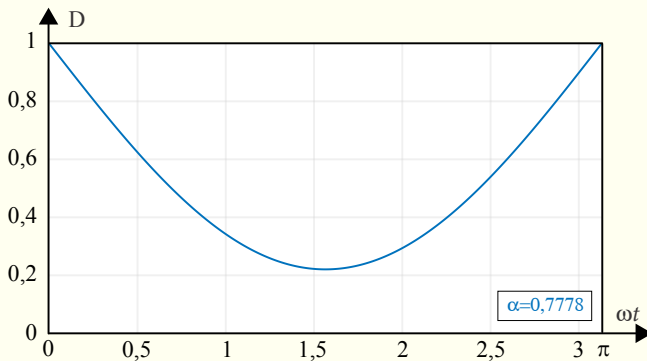


Figura 6.1.5 – Comportamento de $\bar{D}$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

6.1.2 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (6.6).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (6.6)$$

Desta forma, analisando a primeira etapa de operação, pode-se reescrever (6.6), como:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (6.7)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de DT_s , a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{DT_s}. \quad (6.8)$$

Então, ao isolar L tem-se:

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} DT_s, \quad (6.9)$$

substituindo (6.5) e $T_s = \frac{1}{f_s}$,

$$L = \frac{V_p}{\Delta I f_s} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)). \quad (6.10)$$

De forma análoga, ao isolar ΔI na equação obtém-se (6.11).

$$\Delta I = \frac{V_p}{L f_s} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) \quad (6.11)$$

Ao parametrizar ΔI pode-se observar o comportamento da ondulação de corrente ao longo de ω_t , assim:

$$\overline{\Delta I} = \frac{L f_s}{V_p} \Delta I, \quad (6.12)$$

$$\Rightarrow \overline{\Delta I} = \sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (6.13)$$

A Figura 6.1.6 mostra este comportamento para diferentes valores de α .

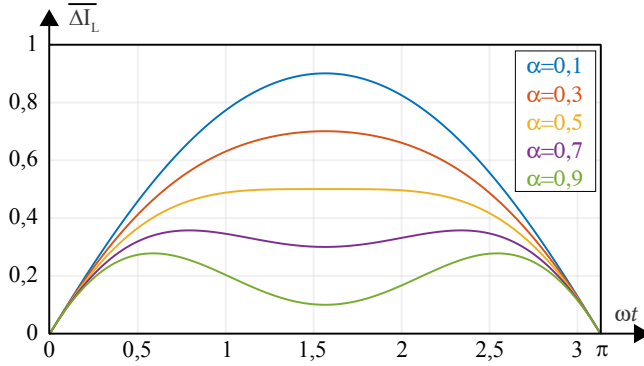


Figura 6.1.6 – Comportamento de $\overline{\Delta I}$ ao longo de ω_t .

De modo a definir o ponto de máximo de $\overline{\Delta I}$, deriva-se a equação (6.13) igualando-a zero. Assim,

$$\frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega_t} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) = 0, \quad (6.14)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = \cos(\omega_t) - \alpha 2 \sin(\omega_t) \cos(\omega_t) = 0, \quad (6.15)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_t) [1 - \alpha 2 \sin(\omega_t)] = 0. \quad (6.16)$$

Desta forma, as soluções para a equação são:

$$r_1 : \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad (6.17)$$

$$r_2 : \omega_t = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad (6.18)$$

Para verificar se estas soluções são pontos de máximo ou de mínimo da função, calcula-se a derivada segunda da função $\overline{\Delta I}$,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \frac{\partial^2}{\partial^2 \omega_t} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right), \quad (6.19)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \sin(\omega_t) (2\alpha \sin(\omega_t) - 1) - 2\alpha \cos^2(\omega_t), \quad (6.20)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = -2\alpha \cos(2\omega_t) - \sin(\omega_t). \quad (6.21)$$

Assim, testa-se as raízes de (6.14) em (6.21). Para a primeira raiz, com $n = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) = -2\alpha \cos(2r_1) - \sin(r_1) = \frac{1}{2\alpha} - 2\alpha, \quad (6.22)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) < 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) > 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Agora, para a segunda raiz, com $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_2) = -2\alpha \cos(2r_2) - \sin(r_2) = 2\alpha - 1, \quad (6.23)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_2) < 0, \text{ se } \alpha < 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_2) > 0, \text{ se } \alpha > 0,5.$$

Para as soluções desta raiz com $n = 2k$, o resultado é positivo para todo valor de α .

Sabendo que o resultado com sinal negativo indica um ponto de máximo e sinal positivo um mínimo da função, pode-se chegar nas seguintes conclusões:

1. Circuito com $\alpha > 0,5$. Para o circuito com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente será dada por $\omega_t = r_1$. Desta forma, a partir de (6.11), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\sin(r_1) - \alpha \sin^2(r_1) \right), \quad (6.24)$$

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right), \quad (6.25)$$

assim,

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right). \quad (6.26)$$

Concluindo assim, para circuitos com $\alpha > 0,5$, a equação (6.26) rege a maior oscilação de corrente.

2. Circuito com $\alpha < 0,5$. Para circuitos com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente é dado por $\omega_t = r_2$. Desta forma, a partir de (6.11), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} (1 - \alpha) \quad (6.27)$$

Resumindo:

$$\text{Se } \alpha > 0,5 \implies \Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right) \text{ em } \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right).$$

$$\text{Se } \alpha < 0,5 \implies \Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} (1 - \alpha) \text{ em } \omega_t = \frac{\pi}{2}.$$

Importante notar que, para o caso $\alpha = 0,5$, ambas equações encontram no mesmo resultado.

Assim, pode-se determinar o valor da indutância através da equação de ondulação de corrente máxima. Para isto, basta especificar a ondulação máxima desejada.

Exemplo 6.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (6.1.1), calcula-se o valor da indutância do indutor L e a máxima excursão da corrente ΔI_{max} para uma ondulação de 10% da corrente de saída:

Solução: Sabe-se que $\alpha = 0,7778$, sendo assim maior que 0,5. Desta forma, utiliza-se a formula do primeiro caso desta seção. Primeiro encontra-se a máxima ondulação de corrente.

$$\Delta I_{max} = I_o \cdot 10\% = 2,50,1 = 0,25 \text{ A}$$

Então, utilizando (6.27).

$$L = \frac{V_p}{\Delta I_{max} \cdot f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right) = \frac{220\sqrt{2}}{0,25 \cdot 50 \cdot 10^3} \left(\frac{1}{4 \cdot 0,7778} \right) = 8 \text{ mH}$$

6.1.3 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (6.28).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (6.28)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C

na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{c,pp}, \quad (6.29)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (6.30)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (6.31)$$

Exemplo 6.1.3

Utilizando os mesmos dados do exemplo (6.1.1). Calcule o capacitor a partir do método anteriormente apresentado:

Solução: Primeiro, determina-se o ΔV_C

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400.0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (6.31) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60.20.400} = 331 \mu F$$

6.1.4 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

6.1.4.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 6.1.3, na qual a corrente é descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_L D. \quad (6.32)$$

Substituindo (6.5) e $I_L = I_p \sin(\omega_t)$, em (6.32) tem-se:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_p \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)). \quad (6.33)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_p \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)) d\omega_t, \quad (6.34)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_p \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_p \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (6.35)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{\pi} (\cos(\omega_t))_0^{\pi} - \alpha \frac{I_p}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)]_0^{\pi} \right\}, \quad (6.36)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{\pi} (2) - \alpha \frac{I_p}{\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (6.37)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p(4 - \pi\alpha)}{2\pi}. \quad (6.38)$$

Pode-se reescrever (6.38) de modo que a corrente média fique em função de I_o . A partir da relação de potência ($P_o = P_i$), na qual $\frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o$, obtêm-se:

$$I_p = \frac{2V_o I_o}{V_p} = \frac{2I_o}{\alpha}, \quad (6.39)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \frac{(4 - \pi\alpha)}{\alpha\pi}. \quad (6.40)$$

Desta forma, a equação (6.40) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente parametrizada é dada por (6.41).

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{(4 - \pi\alpha)}{\alpha\pi} \quad (6.41)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (6.42)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{(1-\alpha \sin(\omega_t))T_s} \right)}, \quad (6.43)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} (1 - \alpha \sin(\omega_t)) T_s}, \quad (6.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}. \quad (6.45)$$

Sendo o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (6.46)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \alpha \sin^3(\omega_t) \right) d\omega_t}, \quad (6.47)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{\pi} \left[\frac{1}{2} (\omega_t - \sin(\omega_t) \cos \omega_t) \Big|_0^\pi \right] - \frac{\alpha I_p^2}{\pi} \left[\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (6.48)$$

resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right) - \frac{\alpha I_p^2}{\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (6.49)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}}. \quad (6.50)$$

Em relação a corrente de saída, a corrente eficaz no interruptor é dada por (6.51).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{2I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}} \quad (6.51)$$

A corrente parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}}. \quad (6.52)$$

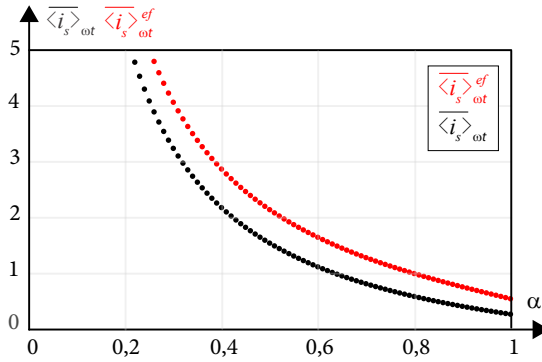


Figura 6.1.7 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 6.1.7.

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_o. \quad (6.53)$$

6.1.4.2 Diodo

Para o diodo, a corrente média no período da comutação é definida pela área do gráfico da Figura 6.1.3, descrita por i_d e desprezando ondulação em alta frequência. A corrente segue a característica da corrente de saída I_o , desta forma:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = I_o. \quad (6.54)$$

O cálculo da corrente eficaz no diodo no período de comutação é dado por:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (6.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{(\alpha \sin(\omega_t) T_s)} \right)}, \quad (6.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} (\alpha \sin(\omega_t)) T_s}, \quad (6.57)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\alpha \sin(\omega_t)}. \quad (6.58)$$

O valor da corrente eficaz no período da rede é definido:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (6.59)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_p^2 \alpha \sin^2(\omega_t) \sin(\omega_t) d\omega_t}, \quad (6.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{\alpha I_p^2}{\pi} \left[\int_0^{\pi} \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (6.61)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{\alpha I_p^2}{\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (6.62)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 2I_p \sqrt{\frac{\alpha}{3\pi}}. \quad (6.63)$$

Em relação a I_o , a corrente eficaz no diodo no período da rede é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{4I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{\alpha}{3\pi}}, \quad (6.64)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 4I_0 \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi}}. \quad (6.65)$$

A corrente eficaz parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = 4 \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi}}. \quad (6.66)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 6.1.8.

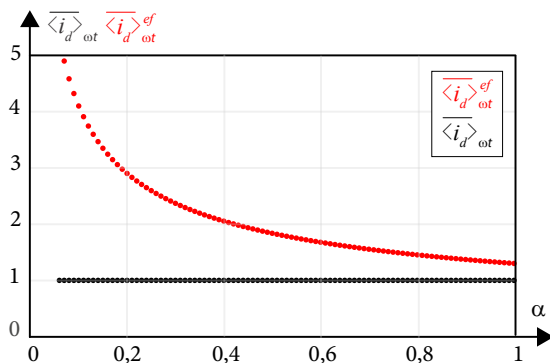


Figura 6.1.8 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}}$ e $\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_0. \quad (6.67)$$

Desta forma, os esforços nos semicondutores no período da rede podem ser determinados.

Exemplo 6.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (6.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

Assim, os esforços de corrente no interruptor são dados por (6.40) e (6.51).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \frac{(4 - \pi\alpha)}{\alpha\pi} = 2,5 \frac{(4 - \pi \cdot 0,7778)}{0,7778 \cdot \pi} = 1,5924 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{2I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha^2}{6\pi}} = \frac{2 \cdot 2,5}{0,7778} \sqrt{\frac{3\pi - 0,7778^2}{6\pi}} = 2,6496 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (6.54) e (6.65).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = I_o = 2,5 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 4I_o \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi}} = 4 \cdot 2,5 \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 0,7778 \cdot \pi}} = 3,6934 \text{ A}$$

6.1.5 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser

calculado por (6.68).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (6.68)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (6.69)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz no diodo e do interruptor dada por (6.70).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (6.70)$$

Substituindo (6.51) e (6.65) em (6.70) tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\left(4I_o \sqrt{\frac{1}{3\alpha\pi}}\right)^2 + \left(\frac{2I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}}\right)^2}, \quad (6.71)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{(4I_o)^2 \frac{1}{3\alpha\pi} + \left(\frac{2I_o}{\alpha}\right)^2 \frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}}, \quad (6.72)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{(16I_o^2) \frac{1}{3\alpha\pi} + \frac{(4I_o^2)}{\alpha^2} \frac{3\pi - \alpha 8}{6\pi}}, \quad (6.73)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{(4I_o^2) \left(\frac{4}{3\alpha\pi} + \frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 6\pi}\right)}, \quad (6.74)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = 2I_o \sqrt{\left(\frac{4}{3\alpha\pi} + \frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 6\pi}\right)}. \quad (6.75)$$

Desta forma, substituindo (6.75) em (6.69), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} 2I_o \sqrt{\left(\frac{4}{3\alpha\pi} + \frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 6\pi} \right)}}, \quad (6.76)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2}}{2\alpha \sqrt{\left(\frac{4}{3\alpha\pi} + \frac{3\pi - \alpha 8}{\alpha^2 6\pi} \right)}}. \quad (6.77)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD pela equação (6.78).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (6.78)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (6.79)$$

Exemplo 6.1.5

Utilizando os mesmos dados do exemplo (6.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP, utiliza-se (6.77):

$$FP = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 0,7778 \sqrt{\left(\frac{4}{3(0,7778)\pi} + \frac{3\pi - (0,7778)8}{(0,7778)^2 6\pi} \right)}} = 1$$

Assim, a partir de 6.79 encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{1^2} - 1} = 0$$

Conclui-se desta forma que, ao utilizar o conversor boost no MCC, o sistema opera com um FP teórico unitário e a THD nula.

6.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a corrente e tensão.

6.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no interruptor, que define seus valores médios quase instantâneos (valor médio em T_s).

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (6.80)$$

Assim, aplica-se em (6.80) pequenas perturbações gerando (6.81), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (6.81)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 6.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 6.2.2, representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

Com isso, a partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle da corrente e da tensão.

6.2.1.1 Malha de corrente

A definição da planta de corrente é feita por meio da análise do circuito da Figura 6.2.2. Ao aplicar a LKT nas malhas I e II, obtém-se: ;

$$\tilde{v}_L = \tilde{v}_s = \tilde{v}_o (1 - D - \tilde{d}) - V_o \tilde{d}, \quad (6.82)$$

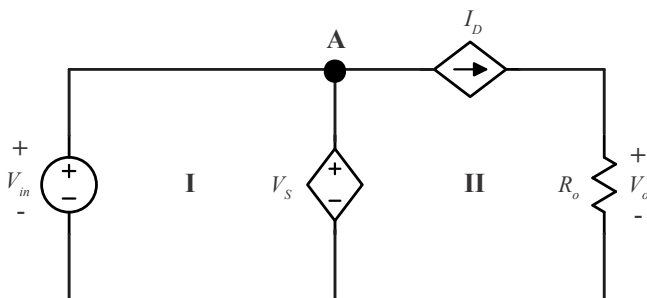


Figura 6.2.1 – Circuito em RP.

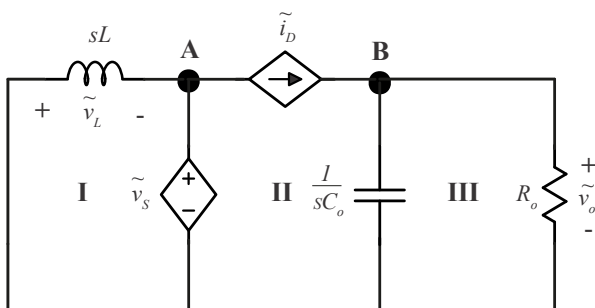


Figura 6.2.2 – Circuito CA.

$$\Rightarrow -L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - \tilde{v}_o \tilde{d} - V_o \tilde{d}. \quad (6.83)$$

Considerando que $\tilde{v}_o \tilde{d}$ é um valor muito pequeno pode-se desprezá-lo da equação, resultando em,

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - V_o \tilde{d}. \quad (6.84)$$

Para o conversor Boost monofásico, na análise da corrente, a tensão de saída pode ser considerada constante. Assim, $\tilde{v}_o = 0$, então:

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = -V_o \tilde{d}, \quad (6.85)$$

aplicando a transformada de Laplace,

$$sL\tilde{i}_L = V_o \tilde{d}, \quad (6.86)$$

e assim,

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL}. \quad (6.87)$$

Com isso, a equação (6.87) representa a malha de corrente. Se o for considerado a resistência da indutância, a função de transferência será:

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL + R_L}. \quad (6.88)$$

6.2.1.2 Malha de tensão

A definição da planta de tensão utiliza a LKC no nó B, tendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (6.89)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (6.90)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (6.91), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (6.91)$$

Com isso, a equação (6.91) representa a malha de tensão.

6.2.2 Interligação entre G_i e G_v

Para controlar as duas malhas anteriormente identificadas em um circuito com apenas uma variável de atuação, utiliza-se a configuração série, com malhas internas e externas (multimalhas). Associações em série são mais comuns e presentes em controle de conversores em geral, porém em alguns casos também é válido um estudo para associação em paralelo.

Assim, para que o controle possa ser ligado em série, é necessário que (6.91) tenha relação com I_L . Desta forma, a partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (6.92)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (6.93)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$, tem-se:

$$\frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (6.94)$$

$$\Rightarrow \frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (6.95)$$

Ao multiplicar (6.91) com (6.95), tem-se a referência em I_L .

6.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos completo do circuito esta mostrado na Figura 6.2.3.

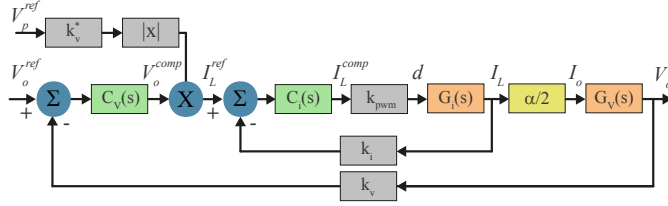


Figura 6.2.3 – Diagrama de blocos do conversor Boost MCC.

O termo não linear na Figura 6.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível linearizá-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* \left| V_{in}^{ref} \right|, \quad (6.96)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \left| \sin(\omega_t) \right|. \quad (6.97)$$

Pode-se aproximar a função $(|\sin(\omega_t)|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(|\sin(\omega_t)| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Desta forma:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (6.98)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (6.99).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref} \quad (6.99)$$

O diagrama de bloco das malhas de corrente e tensão estão representadas nas Figuras 6.2.4 e 6.2.5.

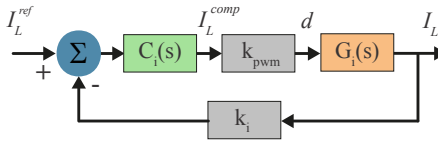


Figura 6.2.4 – Diagrama de blocos do controle de Corrente.

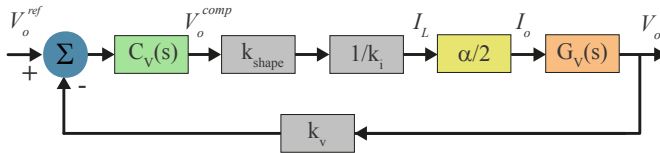


Figura 6.2.5 – Diagrama de blocos do controle de Tensão.

Neste sistema de controle, deve-se estudar as frequências que o sistema deve aceitar ou rejeitar.

Para a malha de corrente, como a corrente varia na frequência de comutação, a lenta e grande oscilação da rede tem representatividade significativa na amplitude do sinal. Desta forma, esta malha deve ter operação rápida para perceber a oscilação de $2f_r$ uma vez que o sinal recebido pelo indutor é retificado.

Já para a malha de tensão, a referência para a V_o é uma constante, a variação da rede não apresenta modificações significativas. Desta forma, a atuação deve ser mais lenta de modo a rejeitar a ondulação de $2f_r$.



Conversor Boost Bridgeless PFC em MCC

A operação do conversor Boost Bridgeless PFC no modo de condução contínuo é definida pela característica do conversor apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. Este modo de operação pode ser identificado pela característica da corrente no diodo, que não atinge o zero naturalmente a cada período de comutação. O modo de condução contínuo, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade do filtro de entrada. Já a topologia Bridgeless visa reduzir o número

de semicondutores no caminho da corrente, diminuindo perdas indesejadas nestes dispositivos.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost Bridgeless PFC no modo de condução contínuo.

7.1 Análise estática

A operação em MCC conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 7.1.1 e 7.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

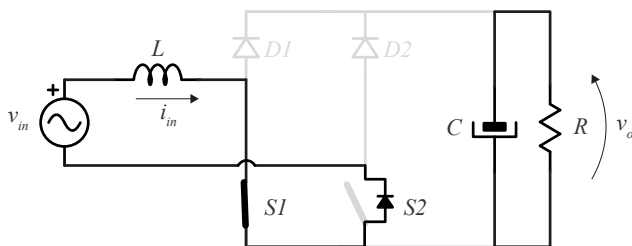


Figura 7.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost Bridgeless PFC em MCC: 1ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

7.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 7.1.1 e 7.1.2. O conversor está operando no

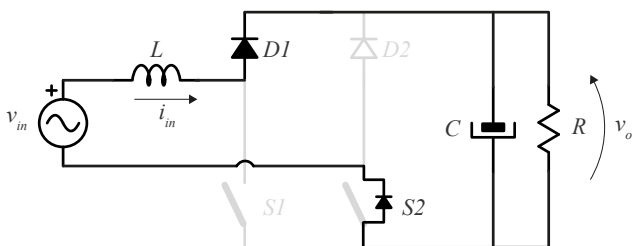


Figura 7.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost Bridgeless PFC em MCC: 2ª etapa de operação (Etapa de transferência).

MCC, então existe para toda faixa de operação do período de comutação um único valor máximo (I_{max}) e mínimo (I_{min}), dentro do qual a corrente no indutor excursionsa. Desta forma, na primeira etapa a corrente no indutor circula pela chave (S1), enquanto na segunda etapa circula pelo diodo (D1).

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas des-tacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 7.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero. Como mostra a equação (7.1).

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0 \quad (7.1)$$

Sabendo que a característica do período de operação da primeira etapa é DT_s e da segunda etapa é $(1 - D)T_s$, chega-se na seguinte conclusão:

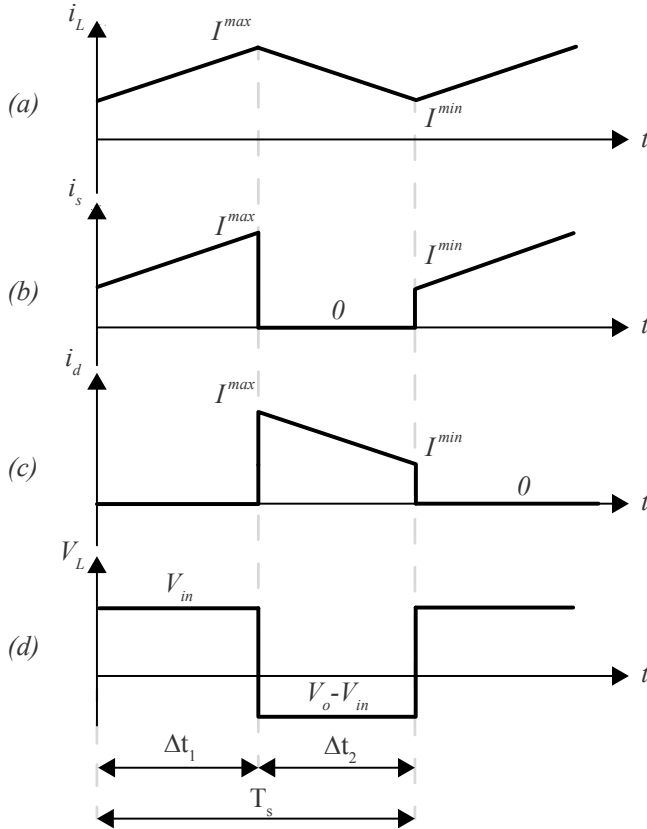


Figura 7.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

$$V_{in}DT_s + (V_{in} - V_o)(1 - D)T_s = 0. \quad (7.2)$$

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (7.3).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (7.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (7.3), substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega_t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$.

Desta forma:

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (7.4)$$

ou,

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t). \quad (7.5)$$

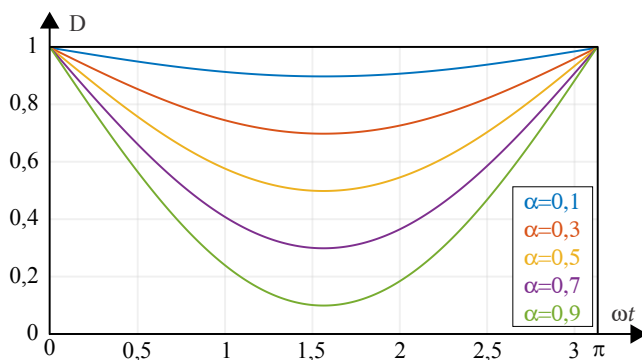


Figura 7.1.4 – Comportamento de D ao longo de ω_t .

Percebe-se que a razão cíclica varia juntamente com deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 7.1.4, onde ω_t representa o ângulo em rad/s da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

Exemplo 7.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost Bridgeless PFC no modo de condução contínuo. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5% com uma frequência de comutação de 50 kHz. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: Primeiro calcula-se o valor de α :

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir de (7.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico.

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

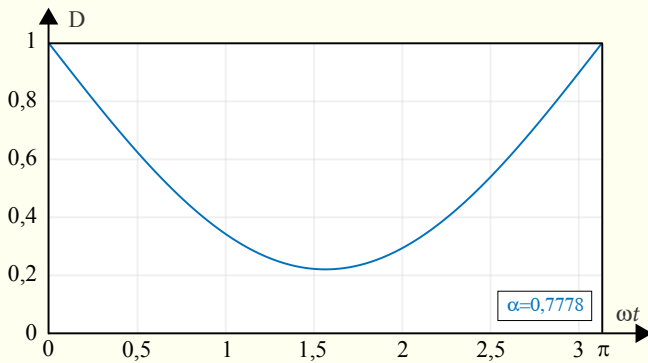


Figura 7.1.5 – Comportamento de $\bar{D}$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

7.1.2 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (7.6).

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (7.6)$$

Desta forma, analisando a primeira etapa de operação, pode-se reescrever (7.6), como:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (7.7)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de DT_s , a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{DT_s}. \quad (7.8)$$

Então, ao isolar L tem-se:

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} DT_s, \quad (7.9)$$

substituindo (7.5) e $T_s = \frac{1}{f_s}$,

$$L = \frac{V_p}{\Delta I f_s} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)). \quad (7.10)$$

De forma análoga, ao isolar ΔI na equação obtém-se (7.11).

$$\Delta I = \frac{V_p}{L f_s} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) \quad (7.11)$$

Ao parametrizar ΔI pode-se observar o comportamento da ondulação de corrente ao longo de ω_t , assim:

$$\overline{\Delta I} = \frac{L f_s}{V_p} \Delta I, \quad (7.12)$$

$$\Rightarrow \overline{\Delta I} = \sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t). \quad (7.13)$$

A Figura 7.1.6 mostra este comportamento para diferentes valores de α .

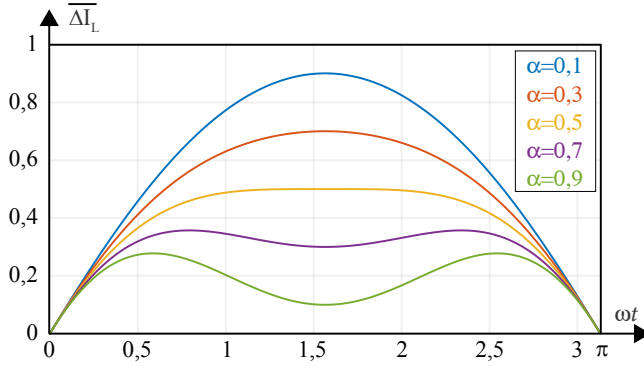


Figura 7.1.6 – Comportamento de $\overline{\Delta I}$ ao longo de ω_t .

De modo a definir o ponto de máximo de $\overline{\Delta I}$, deriva-se a equação (7.13) igualando-a zero. Assim,

$$\frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega_t} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right) = 0, \quad (7.14)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = \cos(\omega_t) - \alpha 2 \sin(\omega_t) \cos(\omega_t) = 0, \quad (7.15)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_t) [1 - \alpha 2 \sin(\omega_t)] = 0. \quad (7.16)$$

Desta forma, as soluções para a equação são:

$$r_1 : \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad (7.17)$$

$$r_2 : \omega_t = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad (7.18)$$

Para verificar se estas soluções são pontos de máximo ou de mínimo da função, calcula-se a derivada segunda da função $\overline{\Delta I}$,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \frac{\partial^2}{\partial^2 \omega_t} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right), \quad (7.19)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \sin(\omega_t) (2\alpha \sin(\omega_t) - 1) - 2\alpha \cos^2(\omega_t), \quad (7.20)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = -2\alpha \cos(2\omega_t) - \sin(\omega_t). \quad (7.21)$$

Assim, testa-se as raízes de (7.14) em (7.21). Para a primeira raiz, com $n = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_1) = -2\alpha \cos(2r_1) - \sin(r_1) = \frac{1}{2\alpha} - 2\alpha, \quad (7.22)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_1) < 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_1) > 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Agora, para a segunda raiz, com $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_2) = -2\alpha \cos(2r_2) - \sin(r_2) = 2\alpha - 1, \quad (7.23)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_2) < 0, \text{ se } \alpha < 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_2) > 0, \text{ se } \alpha > 0,5.$$

Para as raízes com $n = 2k$, o resultado é positivo para todo valor de α .

Sabendo que o resultado com sinal negativo indica um ponto de máximo e sinal positivo um mínimo da função, pode-se chegar nas seguintes conclusões:

1. Circuito com $\alpha > 0,5$. Para o circuito com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente será dada por $\omega_t = r_1$. Desta forma, a partir de (7.11), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\sin(r_1) - \alpha \sin^2(r_1) \right), \quad (7.24)$$

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right), \quad (7.25)$$

assim,

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right). \quad (7.26)$$

Concluindo assim, para circuitos com $\alpha > 0,5$, a equação (7.26) rege a maior oscilação de corrente.

2. Circuito com $\alpha < 0,5$. Para circuitos com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente é dado por $\omega_t = r_2$. Desta forma, a partir de (7.11), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} (1 - \alpha) \quad (7.27)$$

Resumindo:

$$\text{Se } \alpha > 0,5 \implies \Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right) \text{ em } \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right).$$

$$\text{Se } \alpha < 0,5 \implies \Delta I_{max} = \frac{V_p}{L f_s} (1 - \alpha) \text{ em } \omega_t = \frac{\pi}{2}.$$

Importante notar que, para o caso $\alpha = 0,5$, ambas equações encontram no mesmo resultado.

Assim, pode-se determinar o valor da indutância através da equação de ondulação de corrente máxima. Para isto, basta especificar a ondulação máxima desejada.

Exemplo 7.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (7.1.1), calcula-se o valor da indutância do indutor L e a máxima excursão da corrente ΔI_{max} para uma ondulação de 10% da corrente de saída:

Solução: Sabe-se que $\alpha = 0,7778$, sendo assim maior que 0,5. Desta forma, utiliza-se a fórmula do primeiro caso desta seção. Primeiro encontra-se a máxima ondulação de corrente.

$$\Delta I_{max} = I_o \cdot 10\% = 2,50,1 = 0,25 \text{ A}$$

Então, utilizando (7.27).

$$L = \frac{V_p}{\Delta I_{max} \cdot f_s} \left(\frac{1}{4\alpha} \right) = \frac{220\sqrt{2}}{0,25 \cdot 50 \cdot 10^3} \left(\frac{1}{4 \cdot 0,7778} \right) = 8 \text{ mH}$$

7.1.3 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (7.28).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (7.28)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C

na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{c,pp}, \quad (7.29)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (7.30)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (7.31)$$

Exemplo 7.1.3

Utilizando os mesmos dados do exemplo (7.1.1). Calcule o capacitor a partir do método anteriormente apresentado:

Solução: Primeiro, determina-se o ΔV_C

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400.0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (7.31) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60.20.400} = 331 \mu F$$

7.1.4 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

7.1.4.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 7.1.3, na qual a corrente é descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_L D. \quad (7.32)$$

Substituindo (7.5) e $I_L = I_p \sin(\omega_t)$, em (7.32) tem-se:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_p \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)). \quad (7.33)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede. Observa-se que cada interruptor conduz a corrente em seu canal apenas durante meio período de rede (i.e $\omega_t = [0, \pi]$), com uma periodicidade de um ciclo de rede completo (i.e $\omega_t = [0, 2\pi]$). Assim, o valor médio da corrente no interruptor no período da rede é:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)) d\omega_t, \quad (7.34)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (7.35)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{2\pi} (\cos(\omega_t))_0^\pi - \alpha \frac{I_p}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)]_0^\pi \right\}, \quad (7.36)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{2\pi} (2) - \alpha \frac{I_p}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (7.37)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p(4 - \pi\alpha)}{4\pi}. \quad (7.38)$$

Pode-se reescrever (7.38) de modo que a corrente média fique em função de I_o . A partir da relação de potência ($P_o = P_i$), na qual $\frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o$, obtêm-se:

$$I_p = \frac{2V_o I_o}{V_p} = \frac{2I_o}{\alpha}, \quad (7.39)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \frac{(4 - \pi\alpha)}{2\alpha\pi}. \quad (7.40)$$

Desta forma, a equação (7.40) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente parametrizada é dada por (7.41).

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}} = \frac{(4 - \pi\alpha)}{2\alpha\pi} \quad (7.41)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (7.42)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{(1-\alpha \sin(\omega_t))T_s} \right)}, \quad (7.43)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} (1 - \alpha \sin(\omega_t))T_s}, \quad (7.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}. \quad (7.45)$$

Sendo o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{(1 - \alpha \sin(\omega_t))} \right)^2 d\omega_t}, \quad (7.46)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \alpha \sin^3(\omega_t) \right) d\omega_t}, \quad (7.47)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{2\pi} \left[\frac{1}{2} (\omega_t - \sin(\omega_t) \cos \omega_t) \Big|_0^\pi \right] - \frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left[\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (7.48)$$

resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right) - \frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (7.49)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi}}. \quad (7.50)$$

Em relação a corrente de saída, a corrente eficaz no interruptor é dada por (7.51).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{2I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi}} \quad (7.51)$$

A corrente parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi}}. \quad (7.52)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 7.1.7.

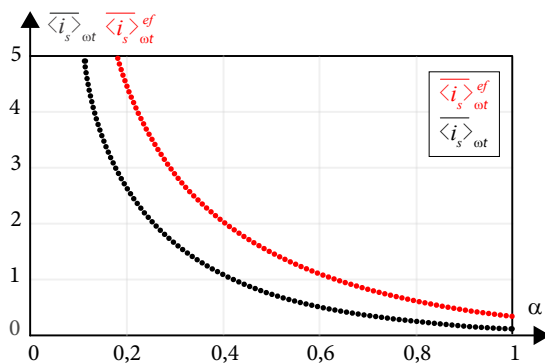


Figura 7.1.7 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_0. \quad (7.53)$$

7.1.4.2 Diodo

Para o diodo, a corrente média no período da comutação é definida pela área do gráfico da Figura 7.1.3, descrita por i_d e desprezando ondulação em alta frequência. A corrente segue a característica da corrente de saída I_0 . Individualmente, cada diodo conduzirá metade da corrente de saída, desta forma:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_o}{2}. \quad (7.54)$$

O cálculo da corrente eficaz no diodo no período de comutação é dado por:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (7.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{(\alpha \sin(\omega_t))T_s} \right)}, \quad (7.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} (\alpha \sin(\omega_t)) T_s}, \quad (7.57)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\alpha \sin(\omega_t)}. \quad (7.58)$$

O valor da corrente eficaz no período da rede é definido:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (7.59)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p^2 \alpha \sin^2(\omega_t) \sin(\omega_t) d\omega_t}, \quad (7.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left[\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (7.61)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (7.62)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{2\alpha}{3\pi}}. \quad (7.63)$$

Em relação a I_0 , a corrente eficaz no diodo no período da rede é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{2I_0}{\alpha} \sqrt{\frac{2\alpha}{3\pi}}, \quad (7.64)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 2I_0 \sqrt{\frac{2}{3\alpha\pi}}. \quad (7.65)$$

A corrente eficaz parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = 2\sqrt{\frac{2}{3\alpha\pi}}. \quad (7.66)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 7.1.8.

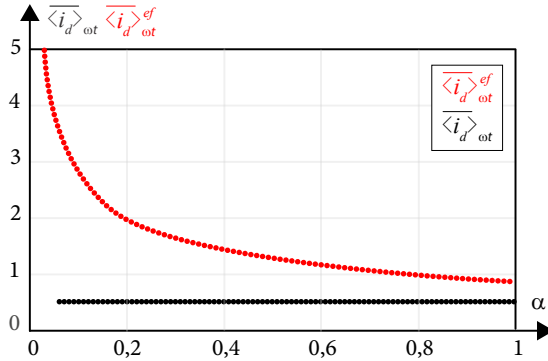


Figura 7.1.8 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_o. \quad (7.67)$$

Desta forma, os esforços nos semicondutores no período de rede podem ser determinados.

7.1.4.3 Diodos em anti-paralelo

Os diodos em anti-paralelo com as chaves atuam como um retificador a diodo para este modo de operação, conduzindo a corrente por todo o tempo durante meio ciclo de rede. Desta forma, a corrente média do diodo pode ser calculada por:

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \sin(\omega_t) d\omega_t, \quad (7.68)$$

$$\Rightarrow \langle i_d^s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{\pi}, \quad (7.69)$$

ou

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_o}{\pi\alpha} \quad (7.70)$$

A corrente média parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}} = \frac{2}{\pi\alpha}. \quad (7.71)$$

O cálculo da corrente eficaz no diodo no período de comutação é dado por:

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi (I_p \sin(\omega_t))^2 d\omega_t}, \quad (7.72)$$

$$\Rightarrow \langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{\pi}{2}}, \quad (7.73)$$

$$\Rightarrow \langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_p}{2}, \quad (7.74)$$

ou

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_0}{\alpha}. \quad (7.75)$$

A corrente eficaz parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{1}{\alpha}. \quad (7.76)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 7.1.9.

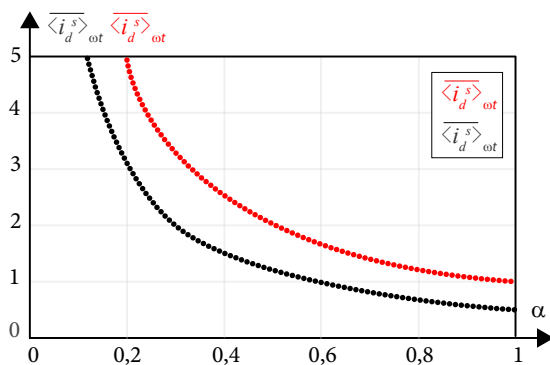


Figura 7.1.9 – Comportamento de $\overline{\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}}$ e $\overline{\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef}}$ ao longo de α .

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{s,max} = V_0. \quad (7.77)$$

Exemplo 7.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (7.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

Assim, os esforços de corrente no interruptor são dados por (7.40) e (7.51).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \frac{(4 - \pi\alpha)}{2\alpha\pi} = 2,5 \frac{(4 - \pi \cdot 0,7778)}{2 \cdot 0,7778 \cdot \pi} = 0,7962 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{2I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha^2}{12\pi}} = \frac{2 \cdot 2,5}{0,7778} \sqrt{\frac{3\pi - 0,7778^2}{12\pi}}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 1,8736 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (7.54) e (7.65).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_o}{2} = 1,25 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 2I_o \sqrt{\frac{2}{3\alpha\pi}} = 2 \cdot 2,5 \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 0,7778 \cdot \pi}} = 2,6116 \text{ A}$$

Os esforços de corrente nos diodos em anti-paralelo são dados por (7.70) e (7.75).

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t} = \frac{2I_o}{\pi\alpha} = \frac{2,2,5}{\pi \cdot 0,7778} = 2,046 \quad A$$

$$\langle i_d^s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} = \frac{2,5}{0,7778} = 3,2142 \quad A$$

7.1.5 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (7.78).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (7.78)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (7.79)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz nos diodos e dos interruptores para o ciclo positivo e negativo da rede elétrica, dada por (7.80).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_{s1} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_{d1} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_{s2} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_{d2} \rangle_{\omega_t}^{ef^2}} \quad (7.80)$$

Como os esforços são iguais para cada ciclo, reescreve-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left(\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef^2} \right)}. \quad (7.81)$$

Substituindo (7.51) e (7.65) em (7.81) tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{2I_0}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi}} \right)^2 + \left(2I_0 \sqrt{\frac{2}{3\alpha\pi}} \right)^2 \right]}, \quad (7.82)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{2I_0}{\alpha} \right)^2 \frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi} + (2I_0)^2 \frac{2}{3\alpha\pi} \right]}, \quad (7.83)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\frac{4I_0^2}{\alpha^2} \frac{3\pi - \alpha 8}{12\pi} + 4I_0^2 \frac{2}{3\alpha\pi} \right]}, \quad (7.84)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[4I_0^2 \left(\frac{3\pi - \alpha 8}{12\alpha^2\pi} + \frac{2}{3\alpha\pi} \right) \right]}, \quad (7.85)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = 2I_0 \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - \alpha 8}{12\alpha^2\pi} + \frac{2}{3\alpha\pi} \right)}, \quad (7.86)$$

Desta forma, substituindo (7.86) em (7.79), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} 2I_0 \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - \alpha 8}{12\alpha^2\pi} + \frac{2}{3\alpha\pi} \right)}}, \quad (7.87)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{\sqrt{2}}{2\alpha \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - \alpha 8}{12\alpha^2\pi} + \frac{2}{3\alpha\pi} \right)}}, \quad (7.88)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{1}{2\alpha \sqrt{\frac{3\pi - \alpha 8}{12\alpha^2\pi} + \frac{2}{3\alpha\pi}}}. \quad (7.89)$$

Com o FP é possível encontrar a THD pela equação (7.90).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (7.90)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (7.91)$$

Exemplo 7.1.5

Utilizando os mesmos dados do exemplo (7.1.1). Calcule o FP e a THD do sistema.

Solução: Para encontrar o FP, utiliza-se (7.89):

$$FP = \frac{1}{2.0,7778 \sqrt{\frac{3\pi - (0,7778)8}{(0,7778)^2 12\pi} + \frac{2}{3(0,7778)\pi}}} = 1$$

Assim, a partir de (7.91) encontra-se a THD:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{1^2} - 1} = 0$$

Conclui-se desta forma que, ao utilizar o conversor Boost Bridgeless no MCC, o sistema opera com um FP teórico unitário e a THD nula.

7.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a corrente e tensão.

7.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no interruptor, que define seus valores médios quase instantâneos (valor médio em T_s).

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (7.92)$$

Assim, aplica-se em (7.92) pequenas perturbações gerando (7.93), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (7.93)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 7.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 7.2.2, representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

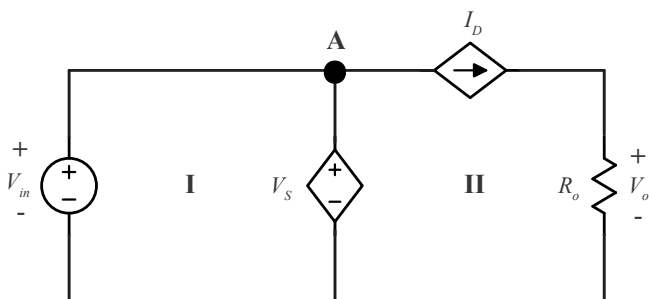


Figura 7.2.1 – Circuito em RP.

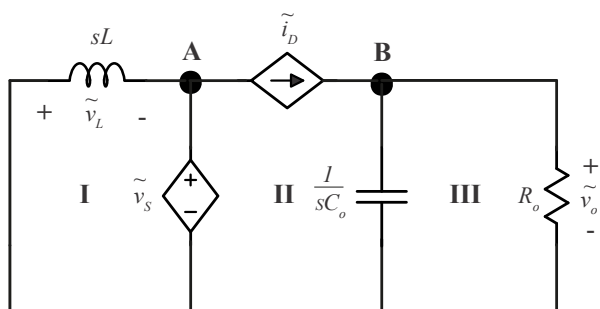


Figura 7.2.2 – Circuito CA.

Com isso, a partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle da corrente e da tensão.

7.2.1.1 Malha de corrente

A definição da planta de corrente é feita por meio da análise do circuito da Figura 7.2.2. Ao aplicar a LKT nas malhas I e II, obtém-se:

$$\tilde{v}_L = \tilde{v}_s = \tilde{v}_o (1 - D - \tilde{d}) - V_o \tilde{d}, \quad (7.94)$$

$$\Rightarrow -L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - \tilde{v}_o \tilde{d} - V_o \tilde{d}. \quad (7.95)$$

Considerando que $\tilde{v}_o \tilde{d}$ é um valor muito pequeno pode-se desprezÁ-lo da equação, resultando em,

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - V_o \tilde{d}. \quad (7.96)$$

Para o conversor Boost bridgeless monofásico, na análise da corrente, a tensão de saída pode ser considerada constante. Assim, $\tilde{v}_o = 0$, então:

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = -V_o \tilde{d}, \quad (7.97)$$

aplicando a transformada de Laplace,

$$sL\tilde{i}_L = V_o \tilde{d}, \quad (7.98)$$

e assim,

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL}. \quad (7.99)$$

Com isso, a equação (7.99) representa a malha de corrente. Se for considerado a resistência da indutância, a função de transferência será:

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL + R_L}. \quad (7.100)$$

7.2.1.2 Malha de tensão

A definição da planta de tensão utiliza a LKC no nó B, tendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (7.101)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (7.102)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (7.103), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (7.103)$$

Com isso, a equação (7.103) representa a malha de tensão.

7.2.2 Interligação entre G_i e G_v

Para controlar as duas malhas anteriormente identificadas em um circuito com apenas uma variável de atuação, utiliza-se a configuração série, com malhas internas e externas (multi-malhas). Associações em série são mais comuns e presentes em controle de conversores em geral, porém em alguns casos também é válido um estudo para associação em paralelo.

Assim, para que o controle possa ser ligado em série, é necessário que (7.103) tenha relação com I_L . Desta forma, a partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (7.104)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (7.105)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$, tem-se:

$$\frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (7.106)$$

$$\Rightarrow \frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (7.107)$$

Ao multiplicar (7.103) com (7.107), tem-se a referência em I_L .

7.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos completo do circuito esta mostrado na Figura 7.2.3.

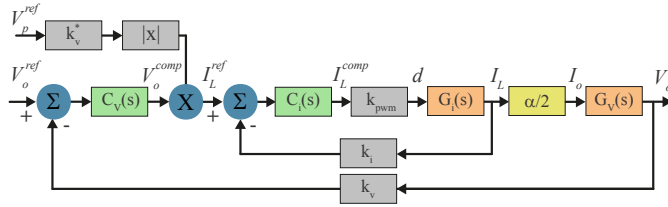


Figura 7.2.3 – Diagrama de blocos do conversor Boost MCC.

O termo não linear na Figura 7.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível linearizá-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* \left| V_{in}^{ref} \right|, \quad (7.108)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \left| \sin(\omega t) \right|. \quad (7.109)$$

Pode-se aproximar a função $(|\sin(\omega_t)|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(|\sin(\omega_t)| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Desta forma:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (7.110)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (7.111).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref} \quad (7.111)$$

O diagrama de bloco das malhas de corrente e tensão estão representadas nas Figuras 7.2.4 e 7.2.5.

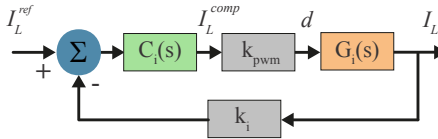


Figura 7.2.4 – Diagrama de blocos do controle de Corrente.

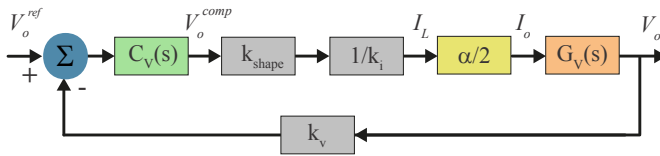


Figura 7.2.5 – Diagrama de blocos do controle de Tensão.

Neste sistema de controle, deve-se estudar as frequências que o sistema deve aceitar ou rejeitar.

Para a malha de corrente, como a corrente varia na frequência de comutação, a lenta e grande oscilação da rede tem representatividade significativa na amplitude do sinal. Desta forma, esta malha deve ter operação rápida para perceber a oscilação de f_r uma vez que o sinal recebido pelo indutor não é retificado.

Já para a malha de tensão, a referência para a V_o é uma constante, a variação da rede não apresenta modificações significativas. Desta forma, a atuação deve ser mais lenta de modo a rejeitar a ondulação de $2f_r$.

Conversor Boost Bidirecional MP PFC em MCC

A operação do conversor Boost Bidirecional Meia-ponte (MP) PFC no modo de condução contínuo é definida pela característica do conversor apresentar somente duas etapas de operação: uma de armazenamento e outra de transferência. O modo de condução contínuo, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade do filtro de entrada. Já a topologia MP visa reduzir o número de semicondutores no caminho da corrente, e diminuir o tamanho dos capacitores de saída.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender as principais equações do conversor Boost Bidirecional MP PFC no modo de condução contínuo.

8.1 Análise estática

A operação em MCC conta com duas etapas de operação: i) Etapa de armazenamento e ii) Etapa de transferência. As Figuras 8.1.1 e 8.1.2 mostram as duas etapas de operação para o ciclo positivo da rede elétrica.

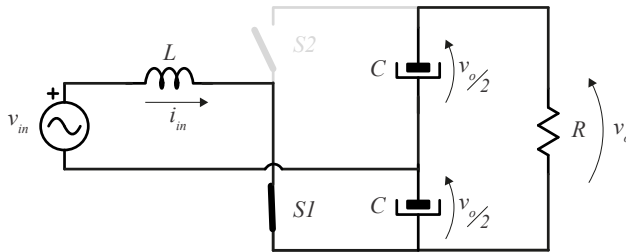


Figura 8.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost Bidirecional MP PFC em MCC: 1ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

8.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento de ambos circuitos das Figuras 8.1.1 e 8.1.2. O conversor está operando no MCC, então existe para toda faixa de operação do período de comutação um único valor máximo (I_{max}) e mínimo (I_{min}), den-

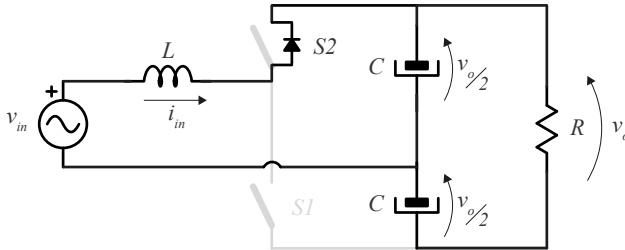


Figura 8.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost Bidirecional MP PFC em MCC: 2ª etapa de operação (Etapa de transferência).

tro do qual a corrente no indutor excursionsa. Desta forma, na primeira etapa a corrente no indutor circula pela chave (S1), enquanto na segunda etapa circula pelo diodo da chave (S2).

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é $V_{in} + V_o$ e na segunda, $V_{in} - V_o/2$, onde $V_o/2$ é a tensão no capacitor.

A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 8.1.3 em um período de comutação T_s .

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero. Como mostra a equação (8.1).

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0 \quad (8.1)$$

Sabendo que a característica do período de operação da primeira etapa é DT_s e da segunda etapa é $(1 - D)T_s$, chega-se na seguinte conclusão:

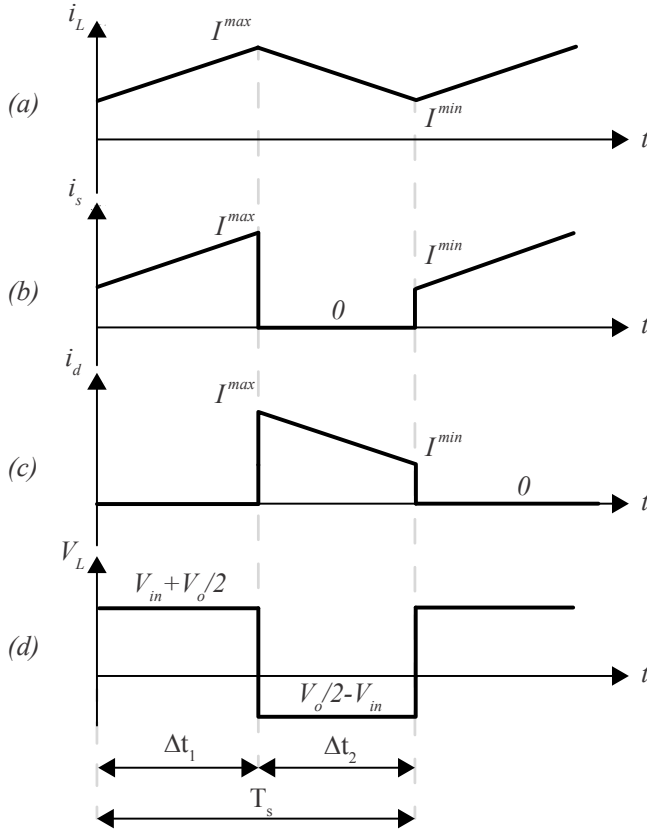


Figura 8.1.3 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

$$(V_{in} + \frac{V_o}{2})DT_s + (V_{in} - \frac{V_o}{2})(1 - D)T_s = 0. \quad (8.2)$$

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (8.3).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - D} \quad (8.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (8.3), substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega_t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$.

Desta forma:

$$D = \frac{1}{2} - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (8.4)$$

ou,

$$D = \frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t). \quad (8.5)$$

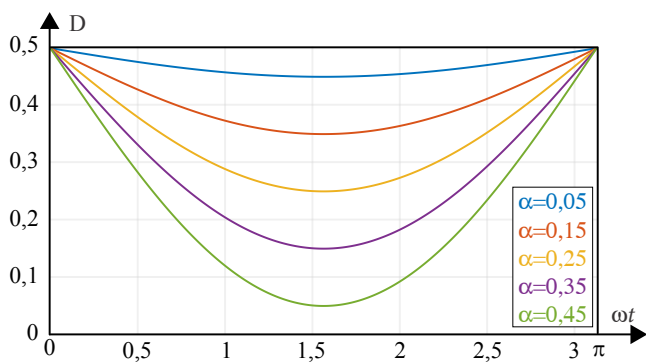


Figura 8.1.4 – Comportamento de D ao longo de ω_t .

Percebe-se a partir de (8.5) que a razão cíclica varia juntamente com o deslocamento angular da tensão de entrada. Desta

forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 8.1.4, onde ω_t representa o ângulo em *rad/s* da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

Exemplo 8.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução contínuo. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 800 V (isto é, $V_o/2 = 400$ V) com oscilação máxima de 5% com uma frequência de comutação de 50 kHz. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: Primeiro calcula-se o valor de α :

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{800} = 0,3889$$

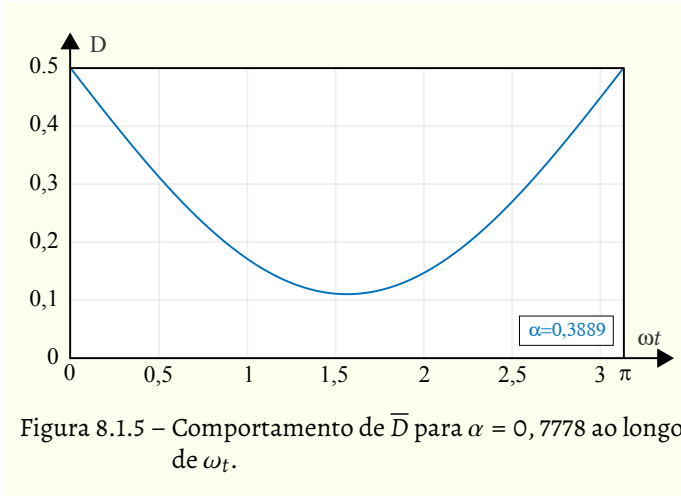
A partir de (8.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico.

$$D = \frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t)$$

8.1.2 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (8.6).



$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (8.6)$$

Desta forma, analisando a primeira etapa de operação, pode-se reescrever (8.6), como:

$$V_p \sin(\omega_t) + \frac{V_o}{2} = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (8.7)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de DT_s , a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) + \frac{V_o}{2} = L \frac{\Delta I}{DT_s}. \quad (8.8)$$

Então, ao isolar L tem-se:

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t) + \frac{V_o}{2}}{\Delta I} DT_s, \quad (8.9)$$

substituindo (8.5), α e $T_s = \frac{1}{f_s}$,

$$L = \frac{\alpha V_o \sin(\omega_t) + \frac{V_o}{2}}{\Delta I f_s} \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right), \quad (8.10)$$

$$L = \frac{\frac{\alpha V_o \sin(\omega_t)}{2} + \frac{V_o}{4} - \alpha^2 V_o \sin^2(\omega_t) - \frac{V_o \alpha \sin(\omega_t)}{2}}{\Delta I f_s}, \quad (8.11)$$

$$L = \frac{V_o}{\Delta I f_s} \left(\frac{\alpha \sin(\omega_t)}{2} + \frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t) - \frac{\alpha \sin(\omega_t)}{2} \right), \quad (8.12)$$

$$L = \frac{V_o}{\Delta I f_s} \left(\frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t) \right). \quad (8.13)$$

De forma análoga, ao isolar ΔI na equação obtém-se (8.14).

$$\Delta I = \frac{V_o}{L f_s} \left(\frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t) \right) \quad (8.14)$$

Ao parametrizar ΔI pode-se observar o comportamento da ondulação de corrente ao longo de ω_t , assim:

$$\overline{\Delta I} = \frac{L f_s}{V_o} \Delta I, \quad (8.15)$$

$$\Rightarrow \overline{\Delta I} = \frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t). \quad (8.16)$$

A Figura 8.1.6 mostra este comportamento para diferentes valores de α .

De modo a definir o ponto de máximo de $\overline{\Delta I}$, deriva-se a equação (8.16) igualando-a zero. Assim,

$$\frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega_t} \left(\frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t) \right) = 0, \quad (8.17)$$

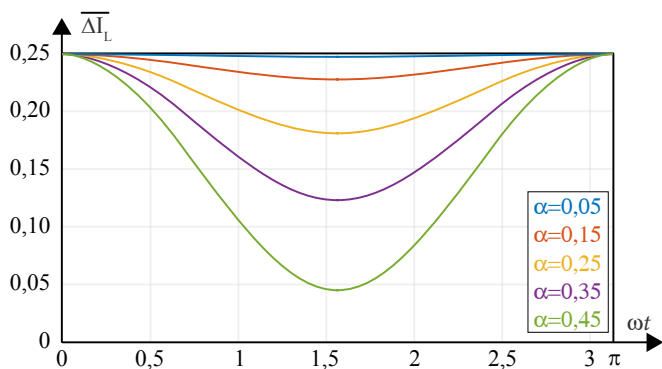


Figura 8.1.6 – Comportamento de $\overline{\Delta I}$ ao longo de ω_t .

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = -\alpha^2 2 \sin(\omega_t) \cos(\omega_t) = 0, \quad (8.18)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = -\alpha^2 \sin(2\omega_t) = 0, \quad (8.19)$$

Desta forma:

$$r_1 : \omega_t = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad (8.20)$$

Para verificar se esta solução é um ponto de máximo ou de mínimo da função, deriva-se novamente a função $\overline{\Delta I}$,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \frac{\partial^2}{\partial^2 \omega_t} \left(\frac{1}{4} - \alpha^2 \sin^2(\omega_t) \right), \quad (8.21)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \alpha^2 2 \sin^2(\omega_t) - \alpha^2 2 \cos^2(\omega_t), \quad (8.22)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = -2\alpha^2 \cos(2\omega_t). \quad (8.23)$$

Assim, testa-se a raiz encontrada para verificar o sinal do resultado, com $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) = -2\alpha^2 \cos(2\omega_t) = 2\alpha^2, \quad (8.24)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) > 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) > 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Desta forma, como o valor tem sinal positivo para qualquer valor de α , este é um ponto de mínimo. Por outro lado, para $n = 2k$, $k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) = -2\alpha^2 \cos(2\omega_t) = -2\alpha^2, \quad (8.25)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) < 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) < 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Isto mostra que quando $\omega_t = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, a função terá um ponto de máximo.

Assim, a partir de (8.13), tem-se:

$$L = \frac{V_o}{4\Delta I_{max}f_s}. \quad (8.26)$$

Exemplo 8.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (8.1.1), calcula-se o valor da indutância do indutor L e a máxima excursão da corrente ΔI_{max} para uma ondulação de 10% da corrente de saída:

Solução: Primeiro encontra-se a máxima ondulação de corrente.

$$\Delta I_{max} = I_o \cdot 10\% = 1,50,1 = 0,15 \text{ A}$$

Então, utilizando (8.26).

$$L = \frac{V_o}{4\Delta I_{max}f_s} = \frac{800}{4 \cdot 0,15 \cdot 50 \cdot 10^3} = 26 \text{ mH}$$

8.1.3 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio

da reatância capacitiva conforme equação (8.27).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (8.27)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{C.pp}, \quad (8.28)$$

assim,

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} I_{C.pp}, \quad (8.29)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Devido a característica do conversor em conter dois capacitores de saída, a oscilação de corrente no capacitor não segue diretamente a oscilação da corrente de saída.

Desta forma, corrente de pico a pico do capacitor pode ser representada pela corrente média no período de comutação no diodo. Assim,:

$$I_{C.pp} = I_p^{max}(1 - D), \quad (8.30)$$

considerando o conversor sem perdas, a corrente de pico máxima pode ser descrita como (8.31).

$$I_p^{max} = \frac{2P_o}{V_p} \sin(\omega_t) \quad (8.31)$$

Desta forma, substituindo (8.31) e (8.5) na equação (8.30) tem-se:

$$I_{c.pp} = \frac{2P_o}{V_p} \sin(\omega_t) \left[1 - \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right) \right], \quad (8.32)$$

$$\Rightarrow I_{c.pp} = \frac{2P_o}{V_p} \sin(\omega_t) \left(\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t) \right), \quad (8.33)$$

onde seu maior valor será quando $\omega_t = \frac{\pi}{2}n$, $n \in \mathbb{Z}$. Assim,

$$I_{c.pp} = \frac{2P_o}{\alpha V_o} \left(\frac{1}{2} + \alpha \right), \quad (8.34)$$

$$\Rightarrow I_{c.pp} = \frac{P_o}{V_o} \left(\frac{1}{\alpha} + 2 \right). \quad (8.35)$$

Desta forma, substituindo em (8.28), tem-se a capacitância do capacitor dada por (8.36).

$$C = \frac{P_o}{4\pi f_r \Delta V_C V_o} \left(\frac{1}{\alpha} + 2 \right) \quad (8.36)$$

Exemplo 8.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (8.1.1). Calcule o capacitor a partir do método anteriormente apresentado:

Solução: Primeiro, determina-se o ΔV_C

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 800 \cdot 0,05 = 40 \text{ V}$$

Assim, utilizando (8.36) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{4\pi f_r \Delta V_C V_o} \left(\frac{1}{\alpha} + 2 \right) = \frac{1000}{4\pi 60 \cdot 40 \cdot 800} \left(\frac{1}{0.3889} + 2 \right)$$

$$C = 189 \mu\text{F}$$

8.1.4 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor.

8.1.4.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 8.1.3, na qual a corrente é descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_L D. \quad (8.37)$$

Substituindo (8.5) e $I_L = I_p \sin(\omega_t)$, em (8.37) tem-se:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_p \sin(\omega_t) \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right). \quad (8.38)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \sin(\omega_t) \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right) d\omega_t, \quad (8.39)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_p}{2} \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (8.40)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} (\cos(\omega_t))_0^\pi - \alpha \frac{I_p}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)]_0^\pi \right\}, \quad (8.41)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} (2) - \alpha \frac{I_p}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (8.42)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{2} \left(\frac{2 - \pi\alpha}{2\pi} \right). \quad (8.43)$$

Pode-se reescrever (8.43) de modo que a corrente média fique em função de I_o . A partir da relação de potência ($P_o = P_i$), na qual $\frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o$, obtêm-se:

$$I_p = \frac{2V_o I_o}{V_p} = \frac{2I_o}{\alpha}, \quad (8.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \left(\frac{2 - \pi\alpha}{2\alpha\pi} \right). \quad (8.45)$$

Desta forma, a equação (8.45) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente parametrizada é dada por (8.46).

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{2 - \pi\alpha}{2\alpha\pi} \quad (8.46)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (8.47)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{\left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t)\right) T_s} \right)}, \quad (8.48)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right) T_s}, \quad (8.49)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t)}, \quad (8.50)$$

Sendo o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (8.51)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \alpha \sin^3(\omega_t) \right) d\omega_t}, \quad (8.52)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{4\pi} \left[\frac{1}{2} (\omega_t - \sin(\omega_t) \cos \omega_t) \Big|_0^\pi \right] - \frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left[\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (8.53)$$

resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{4\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right) - \frac{\alpha I_p^2}{2\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (8.54)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{8} - \frac{2\alpha}{3\pi}}, \quad (8.55)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_p}{2} \sqrt{\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi}}, \quad (8.56)$$

Em relação a corrente de saída, a corrente eficaz no interruptor é dada por (8.57).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi}} \quad (8.57)$$

A corrente parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi}}. \quad (8.58)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 8.1.7.

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_o. \quad (8.59)$$

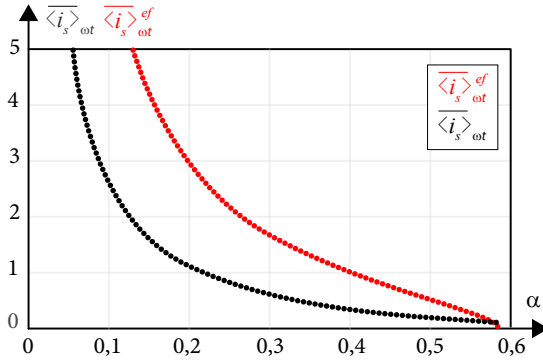


Figura 8.1.7 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

8.1.4.2 Diodo em anti-paralelo

Para o diodo, a corrente média no período da comutação é definida pela área do gráfico da Figura 8.1.3, descrita por i_d e desprezando ondulação em alta frequência. A corrente segue a característica da corrente de saída I_o . Desta forma, cada diodo em anti-paralelo conduzirá metade da componente média na carga:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_o}{2}. \quad (8.60)$$

O cálculo da corrente eficaz no diodo no período de comutação é dado por:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{(1-D)T_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (8.61)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{1 - \left(\frac{1}{2} - \alpha \sin(\omega_t) \right)} \right) T_s}, \quad (8.62)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{\left(\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t) \right)} \right) T_s}, \quad (8.63)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t) \right) T_s}, \quad (8.64)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t)}. \quad (8.65)$$

O valor da corrente eficaz no período da rede é definido:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t)} \right)^2 d\omega_t}, \quad (8.66)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left[I_p^2 \sin^2(\omega_t) \left(\frac{1}{2} + \alpha \sin(\omega_t) \right) \right] d\omega_t}, \quad (8.67)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\sin^2(\omega_t)}{2} + \alpha \sin^3(\omega_t) \right) d\omega_t}, \quad (8.68)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t + \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t}, \quad (8.69)$$

resolvendo as integrais,

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right) + \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (8.70)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_p}{2} \sqrt{\frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi}}, \quad (8.71)$$

Em relação a I_o , a corrente eficaz no diodo no período da rede é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi}}. \quad (8.72)$$

A corrente eficaz parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi}}, \quad (8.73)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 8.1.8.

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_o. \quad (8.74)$$

Desta forma, os esforços nos semicondutores no período da rede podem ser determinados.

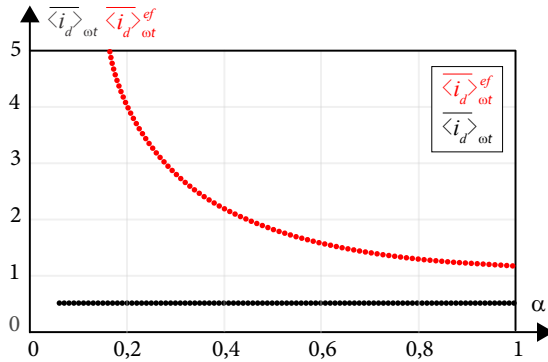


Figura 8.1.8 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

Exemplo 8.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (8.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 800 \text{ V}$$

Determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{1000}{800} = 1,25 \text{ A}$$

Assim, os esforços de corrente no interruptor são dados por (8.45) e (8.57).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_o \left(\frac{2 - \pi \alpha}{2 \alpha \pi} \right) = 1,25 \left(\frac{2 - 0,3889 \pi}{2 \cdot 0,3889 \cdot \pi} \right) = 0,3981 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi}} = \frac{1,25}{0,3889} \sqrt{\frac{3\pi - 16 \cdot 0,3889}{6\pi}}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = 1,3248 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (8.60) e (8.72).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_o}{2} = \frac{1,25}{2} = 0,625 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi}} = \frac{1,25}{0,3889} \sqrt{\frac{3\pi + 16 \cdot 0,3889}{6\pi}}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = 2,9285 \text{ A}$$

8.1.5 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (8.75).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (8.75)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (8.76)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz nos diodos e dos interruptores para o ciclo positivo e negativo da rede elétrica, dada por (8.77).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_{s1} \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_{d1} \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_{s2} \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_{d2} \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2}} \quad (8.77)$$

Como os esforços são iguais para cada ciclo, reescreve-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left(\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef\ 2} \right)}. \quad (8.78)$$

Substituindo (8.57) e (8.72) em (8.78) tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi}} \right)^2 + \left(\frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi}} \right)^2 \right]}, \quad (8.79)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - 16\alpha}{6\pi} + \frac{3\pi + 16\alpha}{6\pi} \right)}, \quad (8.80)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - 16\alpha + 3\pi + 16\alpha}{6\pi} \right)}, \quad (8.81)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2}. \quad (8.82)$$

Desta forma, substituindo (8.82) em (8.76), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2}}, \quad (8.83)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\alpha} I_o}, \quad (8.84)$$

$$\Rightarrow FP = 1. \quad (8.85)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD pela equação (8.86).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (8.86)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (8.87)$$

Assim, com o resultado encontrado em (8.85) conclui-se que a THD total teórica é nula.

$$THD = 0 \quad (8.88)$$

8.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a corrente e tensão.

8.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no

interruptor, que define seus valores médios quase instantâneos (valor médio em T_s).

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (8.89)$$

Assim, aplica-se em (8.89) pequenas perturbações gerando (8.90), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (8.90)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 8.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 8.2.2, representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

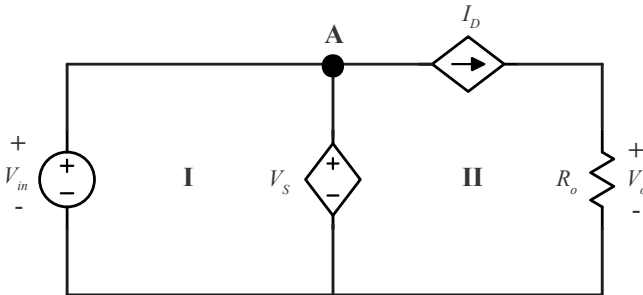


Figura 8.2.1 – Circuito em RP.

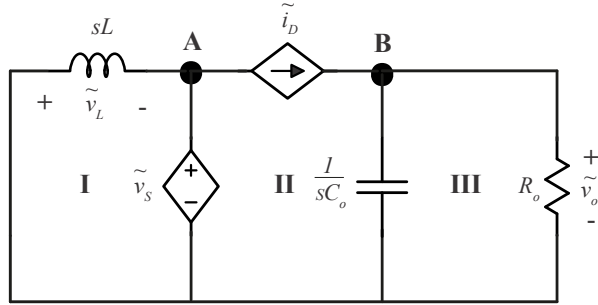


Figura 8.2.2 – Circuito CA.

Desta forma, a partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle da corrente e da tensão.

8.2.1.1 Malha de corrente

A definição da planta de corrente é feita por meio da análise do circuito da Figura 8.2.2. Ao aplicar a LKT nas malhas I e II, obtém-se:

$$\tilde{v}_L = \tilde{v}_s = \tilde{v}_o (1 - D - \tilde{d}) - V_o \tilde{d}, \quad (8.91)$$

$$\Rightarrow -L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - \tilde{v}_o \tilde{d} - V_o \tilde{d}. \quad (8.92)$$

Considerando que $\tilde{v}_o \tilde{d}$ é um valor muito pequeno pode-se desprezá-lo da equação, resultando em,

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - V_o \tilde{d}. \quad (8.93)$$

Para o conversor Boost monofásico, na análise da corrente, a tensão de saída pode ser considerada constante. Assim, $\tilde{v}_o = 0$, então:

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = -V_o \tilde{d}, \quad (8.94)$$

aplicando a transformada de Laplace,

$$sL\tilde{i}_L = V_o \tilde{d}, \quad (8.95)$$

e assim,

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL}. \quad (8.96)$$

Com isso, a equação (8.96) representa a malha de corrente. Se for considerado a resistência da indutância, a função de transferência será:

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL + R_L}. \quad (8.97)$$

8.2.1.2 Malha de tensão

A definição da planta de tensão utiliza a LKC no nó B, tendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (8.98)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (8.99)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (8.100), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (8.100)$$

Com isso, a equação (8.100) representa a malha de tensão.

8.2.2 Interligação entre G_i e G_v

Para controlar as duas malhas anteriormente identificadas em um circuito com apenas uma variável de atuação, utiliza-se a configuração série, com malhas internas e externas (multi-malhas). Associações em série são mais comuns e presentes em controle de conversores em geral, porém em alguns casos também é válido um estudo para associação em paralelo.

Assim, para que o controle possa ser ligado em série, é necessário que (8.100) tenha relação com I_L . Desta forma, a partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (8.101)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (8.102)$$

Sabendo que $I_p = I_{L,p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$, tem-se:

$$\frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (8.103)$$

$$\frac{i_o}{I_{L,p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (8.104)$$

Ao multiplicar (8.100) com (8.104), tem-se a referência em I_L .

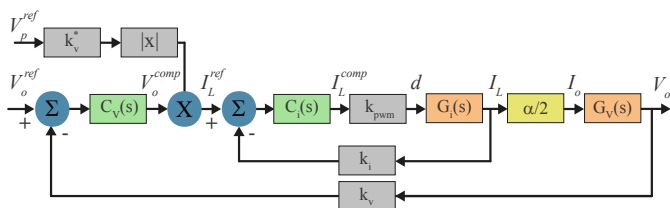


Figura 8.2.3 – Diagrama de blocos do conversor Boost MCC.

8.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos completo do circuito esta mostrado na Figura 8.2.3.

O termo não linear na Figura 8.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível lineariza-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* |V_{in}^{ref}|, \quad (8.105)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} |\sin(\omega_t)|. \quad (8.106)$$

Pode-se aproximar a função $(|\sin(\omega_t)|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(|\sin(\omega_t)| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Desta forma:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (8.107)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (8.108).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref} \quad (8.108)$$

O diagrama de bloco das malhas de corrente e tensão estão representadas nas Figuras 8.2.4 e 8.2.5.

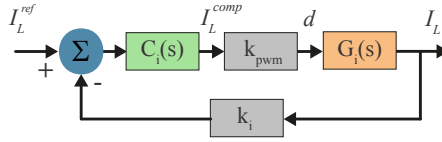


Figura 8.2.4 – Diagrama de blocos do controle de Corrente.

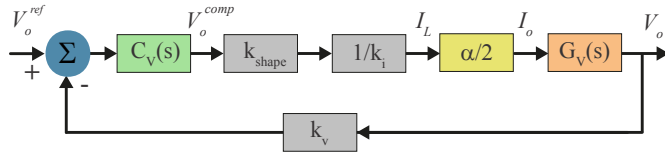
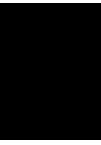


Figura 8.2.5 – Diagrama de blocos do controle de Tensão.

Neste sistema de controle, deve-se estudar as frequências que o sistema deve aceitar ou rejeitar.

Para a malha de corrente, como a corrente varia na frequência de comutação, a lenta e grande oscilação da rede tem representatividade significativa na amplitude do sinal. Desta forma, esta malha deve ter operação rápida para perceber a oscilação de f_r uma vez que o sinal recebido pelo indutor não é retificado.

Já para a malha de tensão, a referência para V_o é uma constante, a variação da rede não apresenta modificações significativas. Desta forma, a atuação deve ser mais lenta de modo a rejeitar a ondulação de f_r .



Conversor Boost Bidirecional PFC em MCC

A operação do conversor Boost Bidirecional PFC no modo de condução contínuo é definida pela característica do conversor apresentar somente etapas de armazenamento e de transferência de energia. O modo de condução contínuo, permite reduzir picos de corrente nos componentes e, eliminar a necessidade do filtro de entrada. Já a topologia Bidirecional em corrente visa reduzir o número de semicondutores no caminho da corrente, e possibilitar a regeneração de energia para a fonte.

Ao final deste capítulo o leitor será capaz de compreender

as principais equações do conversor Boost Bidirecional PFC no modo de operação contínuo, com modulação PWM a 3 níveis.

9.1 Análise estática

A operação do conversor Boost Bidirecional PFC com modulação PWM a 3 níveis conta com 4 etapas de operação. Sendo duas para a etapa de armazenamento e duas para etapa de transferência de energia. A estratégia de modulação é dada aos pares, isto é, os interruptores $S1$ e $S3$ recebem o mesmo sinal porém um complementar ao outro. O mesmo ocorre para o par $S2, S4$. As Figuras 9.1.1, 9.1.2 e 9.1.3 mostram a operação do circuito para o ciclo positivo da rede elétrica.

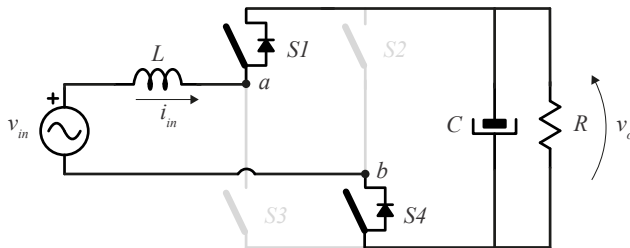


Figura 9.1.1 – Etapas de operação do conversor Boost Bidirecional PFC em MCC: 1ª e 3ª etapa de operação (Etapa de transferência).

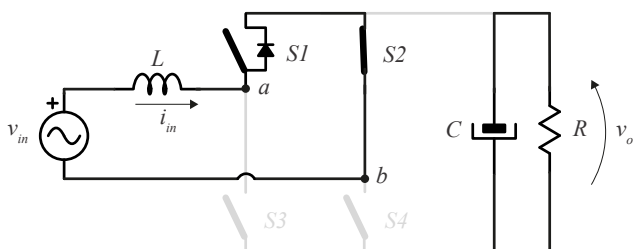


Figura 9.1.2 – Etapas de operação do conversor Boost Bidirecional PFC em MCC: 2ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

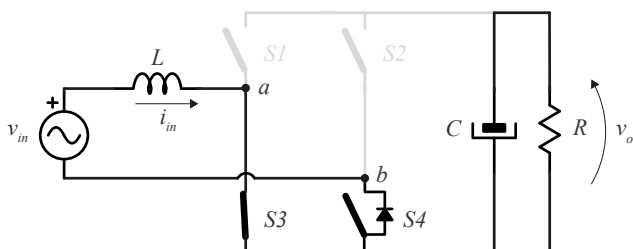


Figura 9.1.3 – Etapas de operação do conversor Boost Bidirecional PFC em MCC: 4ª etapa de operação (Etapa de armazenamento).

9.1.1 Etapas de operação, ganho V_o/V_{in} e razão cíclica D

A análise inicia-se com o equacionamento dos circuitos das Figuras 9.1.1, 9.1.2 e 9.1.3. O conversor está operando em modo de condução contínuo, então existe para toda faixa de operação de um período de comutação um único valor máximo (I_{max}) e mínimo (I_{min}), dentro da qual a corrente no indutor excursions durante um período de comutação. Desta forma, na primeira etapa (Δt_1), os interruptores $S1$ e $S4$ estão comandados a conduzir, porém, devido ao sentido da corrente, os diodos em anti-paralelo conduzem a corrente. A segunda etapa (Δt_2) inicia quando o interruptor $S2$ é comandado a conduzir, configurando a etapa de armazenamento de energia no indutor. Posteriormente o interruptor $S4$ é comandado a conduzir, configurando a terceira etapa (Δt_3), uma etapa de transferência de energia igual a primeira etapa. Por último, o interruptor $S3$ é comandado a conduzir, onde ocorre a quarta etapa (Δt_4), etapa de armazenamento de energia. O comando dos interruptores é mostrado na Figura 9.1.4.

Assim, escolhe-se a segunda e terceira etapa de operação para determinar o comportamento do conversor. A partir desta análise é possível desenhar os gráficos da Figura 9.1.5 em um período de comutação $T_s/2$.

A tensão no indutor é obtida ao fazer a LKT nas malhas destacadas, desprezando as quedas de tensão nos semicondutores. Assim, a V_L na primeira etapa é V_{in} e na segunda, $V_{in} - V_o$.

A tensão sobre o indutor respeita a lei volt-segundo, assim a tensão média no indutor é zero. Como mostra a equação (9.1).

$$V_{L(ETAPA\ 1)} + V_{L(ETAPA\ 2)} = 0 \quad (9.1)$$

Escolhendo como característica do período de operação da segunda etapa como DT_s e para terceira etapa $(1-D)T_s$, chega-se na seguinte conclusão:

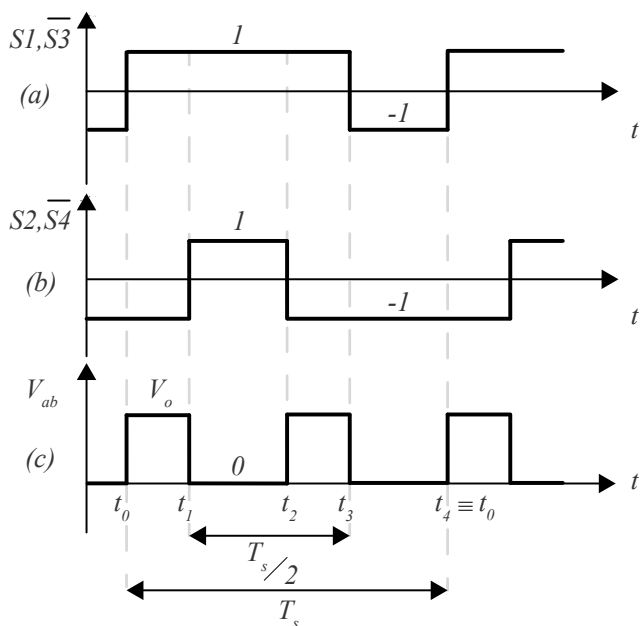


Figura 9.1.4 – Sequência de comutação dos interruptores. (a) Interruptores S1 e S3; (b) Interruptores S2 e S4; (c) Tensão V_{ab} .

$$V_{in}D\frac{T_s}{2} + (V_{in} - V_o)(1 - D)\frac{T_s}{2} = 0. \quad (9.2)$$

Assim, o ganho V_o/V_{in} é dado por (9.3).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (9.3)$$

Para determinar o comportamento da razão cíclica, isola-se o D de (9.3), substitui-se o $V_{in} = V_p \sin(\omega t)$ e $\alpha = \frac{V_p}{V_o}$.

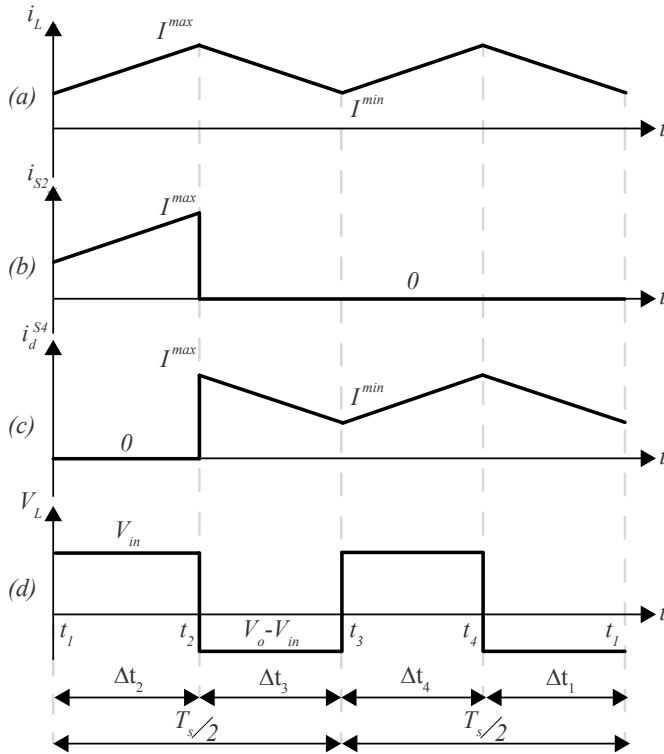


Figura 9.1.5 – Principais formas de onda em um período de comutação. (a) Corrente no indutor; (b) Corrente na chave; (c) Corrente no diodo e (d) Tensão no indutor.

Desta forma:

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_o}, \quad (9.4)$$

ou,

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega t). \quad (9.5)$$

Percebe-se a partir de (9.5) que a razão cíclica varia juntamente com deslocamento angular da tensão de entrada. Desta forma, ao analisar a razão cíclica em um semiciclo de rede, tem-se o comportamento mostrado pela Figura 9.1.6, onde ωt representa o ângulo em *rad/s* da tensão de entrada e D o valor da razão cíclica.

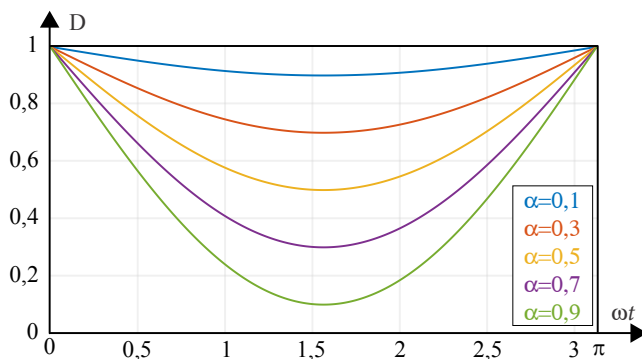


Figura 9.1.6 – Comportamento de D ao longo de ωt .

9.1.2 Determinação do indutor L e variação de corrente ΔI

A determinação da indutância é caracterizada pela sua capacidade do indutor em armazenar energia no campo magnético. Esta energia altera-se proporcionalmente com a corrente que passa pelo componente. Desta forma, o indutor deve ser projetado para a maior variação de corrente.

Sabe-se que a tensão no indutor é caracterizado por (9.6).

Exemplo 9.1.1

Fazer a correção do fator de potência de uma carga não linear, utilizando o conversor Boost PFC no modo de condução contínuo. A tensão de alimentação monofásica é de 220 V e 60 Hz. A potência de saída é 1000 W e a tensão deve ser regulada em 400 V com oscilação máxima de 5% com uma frequência de comutação de 50 kHz. Encontre o comportamento de D para o período de rede ω_t .

Solução: Primeiro calcula-se o valor de α :

$$\alpha = \frac{V_p}{V_o} = \frac{220\sqrt{2}}{400} = 0,7778$$

A partir de (9.5) pode-se encontrar o comportamento de D mostrado no gráfico.

$$D = 1 - \alpha \sin(\omega_t)$$

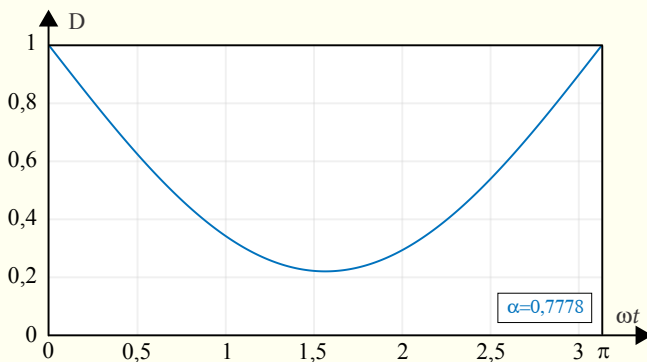


Figura 9.1.7 – Comportamento de $\bar{D}$ para $\alpha = 0,7778$ ao longo de ω_t .

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (9.6)$$

Desta forma, analisando a segunda etapa de operação, pode-se reescrever (9.6), como:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (9.7)$$

Assim, com a variação de corrente no indutor (ΔI) no período de $DT_s/2$, a tensão no indutor é:

$$V_p \sin(\omega_t) = L \frac{\Delta I}{D \frac{T_s}{2}}. \quad (9.8)$$

Então, ao isolar L tem-se:

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} D \frac{T_s}{2}, \quad (9.9)$$

substituindo (9.5) e $T_s = \frac{1}{f_s}$,

$$L = \frac{V_p \sin(\omega_t)}{\Delta I} (1 - \alpha \sin(\omega_t)) \frac{T_s}{2}, \quad (9.10)$$

$$\Rightarrow L = \frac{V_p}{2\Delta I f_s} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right). \quad (9.11)$$

De forma análoga, ao isolar ΔI na equação obtém-se (9.12).

$$\Delta I = \frac{V_p}{2L f_s} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right) \quad (9.12)$$

Ao parametrizar ΔI pode-se observar o comportamento da ondulação de corrente ao longo de ω_t , assim:

$$\overline{\Delta I} = \frac{L f_s}{V_p} \Delta I, \quad (9.13)$$

$$\Rightarrow \overline{\Delta I} = \frac{1}{2} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) \right). \quad (9.14)$$

A Figura 9.1.8 mostra este comportamento para diferentes valores de α .

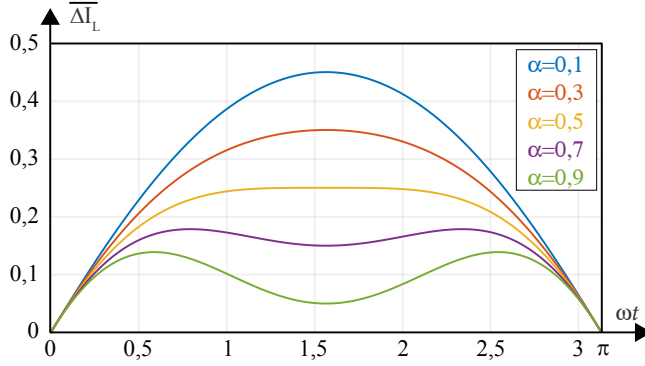


Figura 9.1.8 – Comportamento de $\overline{\Delta I}$ ao longo de ω_t .

De modo a definir o ponto de máximo de ΔI , deriva-se a equação (9.14) igualando-a zero. Assim,

$$\frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega_t} \left[\frac{1}{2} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) \right] = 0, \quad (9.15)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = \frac{1}{2} \cos(\omega_t) - \frac{1}{2} \alpha 2 \sin(\omega_t) \cos(\omega_t) = 0, \quad (9.16)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \overline{\Delta I}}{\partial \omega_t} = \frac{1}{2} \cos(\omega_t) (1 - \alpha 2 \sin(\omega_t)) = 0. \quad (9.17)$$

Desta forma, as soluções para a equação são:

$$r_1 : \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad (9.18)$$

$$r_2 : \omega_t = \pi n - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad (9.19)$$

Para verificar se estas soluções são pontos de máximo ou de mínimo da função, calcula-se a derivada segunda da função $\overline{\Delta I}$,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \frac{\partial^2}{\partial^2 \omega_t} \left[\frac{1}{2} (\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t)) \right], \quad (9.20)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = \alpha \sin^2(\omega_t) - \alpha \cos^2(\omega_t) - \frac{\sin(\omega_t)}{2}, \quad (9.21)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} = -\alpha \cos(2\omega_t) - \frac{\sin(\omega_t)}{2}. \quad (9.22)$$

Assim, testa-se as raízes de (9.15) em (9.22). Para a primeira raiz, com $n = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) = -\alpha \cos(2r_1) - \frac{\sin(r_1)}{2} = \frac{1}{4\alpha} - \alpha, \quad (9.23)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) < 0, \text{ se } \alpha > 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_1) > 0, \text{ se } \alpha < 0,5.$$

Agora, para a segunda raiz, com $n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$, e $k = 0$:

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t} (r_2) = -\alpha \cos(2r_2) - \frac{\sin(r_2)}{2} = \alpha - \frac{1}{2}, \quad (9.24)$$

e então,

$$\frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_2) < 0, \text{ se } \alpha < 0,5 \text{ e } \frac{\partial^2 \overline{\Delta I}}{\partial^2 \omega_t}(r_2) > 0, \text{ se } \alpha > 0,5.$$

Para as soluções desta raiz com $n = 2k$, o resultado é positivo para todo valor de α .

Sabendo que o resultado com sinal negativo indica um ponto de máximo e sinal positivo um mínimo da função, pode-se chegar nas seguintes conclusões:

1. Circuito com $\alpha > 0,5$. Para o circuito com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente será dada por $\omega_t = r_1$. Desta forma, a partir de (9.12), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{2Lf_s} \left(\sin(r_1) - \alpha \sin^2(r_1) \right), \quad (9.25)$$

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{2Lf_s} \left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha \left(\frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right), \quad (9.26)$$

assim,

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{Lf_s} \left(\frac{1}{8\alpha} \right). \quad (9.27)$$

Concluindo assim, para circuitos com $\alpha > 0,5$, a equação (9.27) rege a maior oscilação de corrente.

2. Circuito com $\alpha < 0,5$. Para circuitos com esta característica, o ponto de máxima ondulação de corrente é dado por $\omega_t = r_2$. Desta forma, a partir de (9.12), tem-se:

$$\Delta I_{max} = \frac{V_p}{2Lf_s} (1 - \alpha). \quad (9.28)$$

Resumindo:

$$\text{Se } \alpha > 0,5 \implies \Delta I_{\max} = \frac{V_p}{L f_s} \left(\frac{1}{8\alpha} \right) \text{ em } \omega_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\alpha} \right).$$

$$\text{Se } \alpha < 0,5 \implies \Delta I_{\max} = \frac{V_p}{2L f_s} (1 - \alpha) \text{ em } \omega_t = \frac{\pi}{2}.$$

Importante notar que, para o caso $\alpha = 0,5$, ambas equações encontram no mesmo resultado.

Assim, pode-se determinar o valor da indutância através da equação de ondulação de corrente máxima. Para isto, basta especificar a ondulação máxima desejada.

Exemplo 9.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (9.1.1), calcula-se o valor da indutância do indutor L e a máxima excursão da corrente $\Delta I_{\max}$ para uma ondulação de 10% da corrente de saída:

Solução: Sabe-se que $\alpha = 0,7778$, sendo assim maior que 0,5. Desta forma, utiliza-se a formula do primeiro caso desta seção. Primeiro encontra-se a máxima ondulação de corrente.

$$\Delta I_{\max} = I_o \cdot 10\% = 2,50,1 = 0,25 \text{ A}$$

Então, utilizando (9.28).

$$L = \frac{V_p}{\Delta I_{\max} \cdot f_s} \left(\frac{1}{8\alpha} \right) = \frac{220\sqrt{2}}{0,25 \cdot 50 \cdot 10^3} \left(\frac{1}{8 \cdot 0,7778} \right) = 4 \text{ mH}$$

9.1.3 Determinação do capacitor C

A definição do valor da capacitância do capacitor de saída do conversor pode usar o critério da ondulação de tensão ou do *hold-up time*. Aqui será abordado o primeiro método e o segundo é apresentado no Apêndice B. Para isto, pode-se avaliar as correntes que passam pelo componente em ambas etapas de

operação. Na primeira etapa, o capacitor fornece energia para a carga (descarregando). Na segunda etapa, o capacitor recebe energia da fonte (carregando). Pelo capacitor passam correntes de alta e baixa frequência, enquanto a parcela constante (valor médio) da corrente no diodo é a própria corrente de carga durante todo período. Essa aproximação pode ser feita, pois o capacitor de saída é projetado para uma baixa ondulação de tensão.

Sabendo que a intenção é minimizar a ondulação de tensão na saída, deve-se projetar o capacitor para a maior ondulação de tensão desejada.

O comportamento do capacitor pode ser descrito por meio da reatância capacitiva conforme equação (9.29).

$$Z_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (9.29)$$

A impedância do capacitor é dependente da frequência f , a qual varia conforme a análise desejada. A impedância do capacitor para as componentes da frequência de comutação será muito menor que a impedância para as componentes do dobro da frequência da rede elétrica (100 – 120 Hz). Então, a primeira será desconsiderada e somente a segunda frequência será utilizada no cálculo do capacitor.

Assim, a tensão no capacitor é a impedância na frequência desejada multiplicada pela corrente que passa no componente. De modo a avaliar o comportamento da variação de tensão ΔV_C na saída, a corrente em análise é a máxima excursão da corrente na mesma frequência. Desta forma, o ΔV_C no capacitor tem a seguinte característica:

$$\Delta V_C = Z_C I_{C,pp}, \quad (9.30)$$

onde a corrente de pico que passa pelo capacitor é $2I_o$. Sabe-se que $I_o = \frac{P_o}{V_o}$, desta forma:

$$\Delta V_C = \frac{1}{2\pi 2f_r C} \frac{2P_o}{V_o}, \quad (9.31)$$

onde f_r é a frequência da rede elétrica.

Assim, o valor da capacitância é dada por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o}. \quad (9.32)$$

Exemplo 9.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (9.1.1). Calcule o capacitor a partir do método anteriormente apresentado:

Solução: Primeiro, determina-se o ΔV_C

$$\Delta V_C = 5\%V_o = 400 \cdot 0,05 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (9.32) o valor da capacitância é determinado por:

$$C = \frac{P_o}{2\pi f_r \Delta V_C V_o} = \frac{1000}{2\pi 60 \cdot 20 \cdot 400} = 331 \mu F$$

9.1.4 Esforços nos dispositivos semicondutores

Os esforços de corrente nos semicondutores estão relacionados aos valores de corrente média e eficaz no período da rede. Já o de tensão, define-se o máximo valor. Todos os interruptores e diodos deste conversor possuem o mesmo esforço de corrente e tensão.

9.1.4.1 Interruptor

Para um período de comutação, a corrente média no interruptor é calculada pela área da Figura 9.1.5, na qual a corrente é descrita por i_s , desprezando a ondulação em alta frequência,

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_L \frac{D}{2}. \quad (9.33)$$

Substituindo (9.5) e $I_L = I_p \sin(\omega_t)$, em (9.33) tem-se:

$$\langle i_s \rangle_{f_s} = I_p \sin(\omega_t) \frac{(1 - \alpha \sin(\omega_t))}{2}. \quad (9.34)$$

Assim, para encontrar a corrente média deve-se calcular o valor médio no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_p}{2} \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t)) d\omega_t, \quad (9.35)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_p}{2} \sin(\omega_t) d\omega_t - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_p}{2} \alpha \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (9.36)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} (\cos(\omega_t))_0^\pi - \alpha \frac{I_p}{4\pi} \left\{ \frac{1}{2} [\omega_t - \sin(\omega_t) \cos(\omega_t)]_0^\pi \right\}, \quad (9.37)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} (2) - \alpha \frac{I_p}{4\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right), \quad (9.38)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_p \left(\frac{4 - \alpha\pi}{8\pi} \right). \quad (9.39)$$

Pode-se reescrever (9.39) de modo que a corrente média fique em função de I_o . A partir da relação de potência ($P_o = P_i$), na qual $\frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o$, obtêm-se:

$$I_p = \frac{2V_0 I_0}{V_p} = \frac{2I_0}{\alpha}, \quad (9.40)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_0 \frac{(4 - \pi\alpha)}{4\alpha\pi}. \quad (9.41)$$

Desta forma, a equação (9.41) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente parametrizada é dada por (9.42).

$$\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t} = \frac{4 - \pi\alpha}{4\alpha\pi} \quad (9.42)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s/2} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (9.43)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(T_s \Big|_0^{(1-\alpha \sin(\omega_t))T_s/2} \right)}, \quad (9.44)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \left(1 - \alpha \sin(\omega_t) \right) \frac{T_s}{2}}, \quad (9.45)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1 - \alpha \sin(\omega_t)}{2}}. \quad (9.46)$$

Sendo o valor eficaz no período da rede:

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1 - \alpha \sin(\omega_t)}{2}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (9.47)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t - \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \left(I_p^2 \alpha \sin^3(\omega_t) \right) d\omega_t}, \quad (9.48)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{4\pi} \left[\frac{1}{2} (\omega_t - \sin(\omega_t) \cos \omega_t) \Big|_0^\pi \right] - \frac{\alpha I_p^2}{4\pi} \left[\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t \right]}, \quad (9.49)$$

resolvendo as integrais triviais,

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{I_p^2}{4\pi} \left(\frac{1}{2} \pi \right) - \frac{\alpha I_p^2}{4\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (9.50)$$

$$\Rightarrow \langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_p}{2} \sqrt{\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi}}. \quad (9.51)$$

Em relação a corrente de saída, a corrente eficaz no interruptor é dada por (9.52).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi}}, \quad (9.52)$$

A corrente parametrizada é:

$$\overline{\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi}}, \quad (9.53)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 9.1.9.

O esforço de tensão no interruptor é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_s^{max} = V_o. \quad (9.54)$$

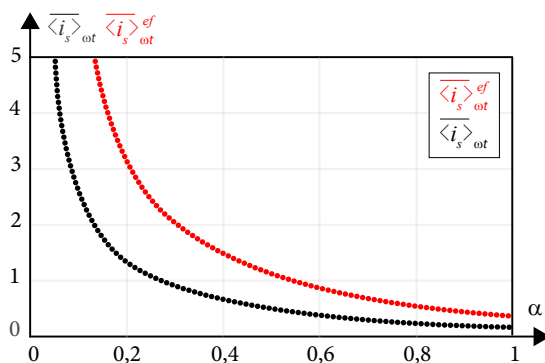


Figura 9.1.9 – Comportamento de $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_s \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

9.1.4.2 Diodo

Para o diodo, a corrente média no período da comutação é definida pela área do gráfico da Figura 9.1.5, descrita por i_d e desprezando ondulação em alta frequência, tem-se:

$$\langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\int_{\Delta t_3} i_d dT_s + \int_{\Delta t_4} i_d dT_s + \int_{\Delta t_1} i_d dT_s \right], \quad (9.55)$$

como $\Delta t_1 = \Delta t_3$,

$$\langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\int_{\Delta t_4} i_d dT_s + 2 \int_{\Delta t_1} i_d dT_s \right], \quad (9.56)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} (I_L \Delta t_4 + 2I_L \Delta t_1), \quad (9.57)$$

substituindo $I_L = I_p \sin(\omega_t)$ e $\Delta t_4, \Delta t_1$,

$$\langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left(I_p \sin(\omega_t) (D) \frac{T_s}{2} + 2I_p \sin(\omega_t) (1 - D) \frac{T_s}{2} \right), \quad (9.58)$$

substituindo D ,

$$\langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{I_p \sin(\omega_t) (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{+ 2I_p \sin(\omega_t) (1 - 1 + \alpha \sin(\omega_t))} \right), \quad (9.59)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{I_p}{2} \left(\sin(\omega_t) - \alpha \sin^2(\omega_t) + 2\alpha \sin^2(\omega_t) \right), \quad (9.60)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s} = \frac{I_p}{2} \left(\sin(\omega_t) + \alpha \sin^2(\omega_t) \right). \quad (9.61)$$

Assim, a equação (9.61) representa a corrente média no diodo em um período de comutação. Agora, encontra-se a corrente média no período da rede.

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_p}{2} \left(\sin(\omega_t) + \alpha \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t, \quad (9.62)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} \int_0^\pi \left(\sin(\omega_t) + \alpha \sin^2(\omega_t) \right) d\omega_t, \quad (9.63)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} \int_0^\pi \sin(\omega_t) d\omega_t + \frac{\alpha I_p}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t, \quad (9.64)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_p}{4\pi} (2) + \frac{\alpha I_p}{4\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right), \quad (9.65)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = I_p \left(\frac{4 + \pi\alpha}{8\pi} \right). \quad (9.66)$$

Pode-se reescrever (9.66) de modo que a corrente média fique em função de I_o . A partir da relação de potência ($P_o = P_i$), na qual $\frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o$, obtêm-se:

$$I_p = \frac{2V_o I_o}{V_p} = \frac{2I_o}{\alpha}, \quad (9.67)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_o}{\alpha} \left(\frac{4 + \pi\alpha}{4\pi} \right). \quad (9.68)$$

Desta forma, a equação (9.68) representa a corrente média no interruptor na frequência da rede.

A corrente parametrizada é dada por (9.69).

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{4 + \pi\alpha}{4\pi} \right) \quad (9.69)$$

A definição da corrente eficaz utiliza o mesmo procedimento de cálculo. A corrente eficaz no interruptor na frequência de comutação é:

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (9.70)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\frac{D}{2} \frac{T_s}{2}} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s + \frac{1}{T_s} 2 \int_0^{(1-D) \frac{T_s}{2}} (I_p \sin(\omega_t))^2 dT_s}, \quad (9.71)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{\frac{D}{2} \frac{T_s}{2}} 1 dT_s + \frac{1}{T_s} 2 \int_0^{(1-D) \frac{T_s}{2}} 1 dT_s}, \quad (9.72)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1}{T_s} D \frac{T_s}{2} + \frac{2}{T_s} (1-D) \frac{T_s}{2}}, \quad (9.73)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{D}{2} + 1 - D}, \quad (9.74)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{D+2-2D}{2}}, \quad (9.75)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{2-D}{2}}, \quad (9.76)$$

substituindo D ,

$$\langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{2 - (1 - \alpha \sin(\omega_t))}{2}}, \quad (9.77)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{T_s}^{ef} = I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1 + \alpha \sin(\omega_t)}{2}}. \quad (9.78)$$

O valor da corrente eficaz no período da rede é definido:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(I_p \sin(\omega_t) \sqrt{\frac{1 + \alpha \sin(\omega_t)}{2}} \right)^2 d\omega_t}, \quad (9.79)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_p^2 \sin^2(\omega_t) \left(\frac{1 + \alpha \sin(\omega_t)}{2} \right) d\omega_t}, \quad (9.80)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2(\omega_t) d\omega_t + \frac{\alpha}{4\pi} \int_0^\pi \sin^3(\omega_t) d\omega_t}, \quad (9.81)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right) + \frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{4}{3} \right)}, \quad (9.82)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{\alpha}{3\pi}}, \quad (9.83)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = I_p \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{24\pi}}, \quad (9.84)$$

$$\Rightarrow \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_p}{2} \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi}}. \quad (9.85)$$

Em relação a I_o , a corrente eficaz no diodo no período da rede é:

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi}} \quad (9.86)$$

A corrente eficaz parametrizada no diodo é:

$$\overline{\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi}} \quad (9.87)$$

Pode-se desenhar o comportamento da corrente parametrizada pelo valor de α do circuito, como mostra a Figura 9.1.10.

O esforço de tensão do diodo é dado ao analisar as etapas de operação do circuito, desta forma:

$$V_d^{max} = V_o. \quad (9.88)$$

Desta forma, os esforços nos semicondutores no período de rede podem ser determinados.

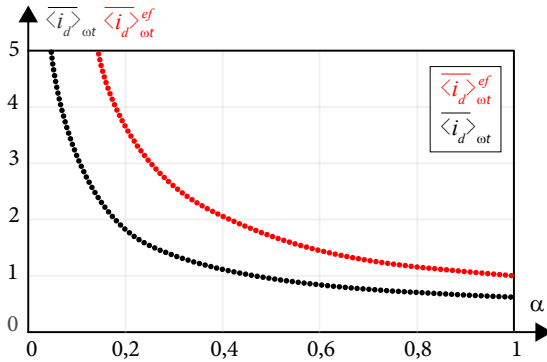


Figura 9.1.10 – Comportamento de $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}$ e $\overline{\langle i_d \rangle}_{\omega_t}^{ef}$ ao longo de α .

Exemplo 9.1.2

Utilizando os mesmos dados do exemplo (9.1.1). Calcule os esforços de corrente e de tensão para o interruptor e diodo.

Solução: Os esforços de tensão dos semicondutores é dado pela tensão de saída, desta forma:

$$V_s^{max} = V_d^{max} = V_o = 400 \text{ V}$$

Determina-se a máxima corrente de saída por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_p} = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ A}$$

Assim, os esforços de corrente no interruptor são dados por (9.41) e (9.52).

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t} = I_0 \frac{(4 - \pi\alpha)}{4\alpha\pi} = 2,5 \frac{(4 - \pi \cdot 0,7778)}{4 \cdot 0,7778\pi} = 0,3871 \text{ A}$$

$$\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_0}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi}} = \frac{2,5}{0,7778} \sqrt{\frac{3\pi - 8 \cdot 0,7778}{6\pi}} = 1,3248 \text{ A}$$

Os esforços de corrente no diodo são dados por (9.68) e (9.86).

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t} = \frac{I_0}{\alpha} \left(\frac{4 + \pi\alpha}{4\pi} \right) = \frac{2,5}{0,7778} \left(\frac{4 + \pi \cdot 0,7778}{4\pi} \right) = 1,6481 \text{ A}$$

$$\langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef} = \frac{I_0}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi}} = \frac{2,5}{0,7778} \sqrt{\frac{3\pi + 8 \cdot 0,7778}{6\pi}} = 2,9284 \text{ A}$$

9.1.5 Fator de Potência e Taxa de Distorção Harmônica Total

O FP e a THD estão relacionados a qualidade da energia elétrica na rede. O cálculo de seus valores é essencial para que o projeto do conversor seja realizado com sucesso. O FP pode ser calculado por (9.89).

$$FP = \frac{P_{in}}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}} \quad (9.89)$$

Considerando o máximo rendimento do conversor (i.e. $\eta = 100\%$), tem-se $P_{in} = P_o = V_o I_o$ e então,

$$FP = \frac{V_o I_o}{V_{in}^{ef} I_{in}^{ef}}. \quad (9.90)$$

A corrente I_{in}^{ef} pode ser encontrada pela soma geométrica da corrente eficaz nos diodos e dos interruptores para o ciclo positivo e negativo da rede elétrica, dada por (9.91).

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{\langle i_{s2} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_d^{S4} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_{s1} \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_d^{S3} \rangle_{\omega_t}^{ef^2}} \quad (9.91)$$

Como os esforços são iguais para cada ciclo, reescreve-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left(\langle i_s \rangle_{\omega_t}^{ef^2} + \langle i_d \rangle_{\omega_t}^{ef^2} \right)}. \quad (9.92)$$

Substituindo (9.52) e (9.86) em (9.92) tem-se:

$$I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi}} \right)^2 + \left(\frac{I_o}{\alpha} \sqrt{\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi}} \right)^2 \right]}, \quad (9.93)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{I_o}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{3\pi - 8\alpha}{6\pi} \right) + \left(\frac{I_o}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{3\pi + 8\alpha}{6\pi} \right) \right]}, \quad (9.94)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2 \left(\frac{3\pi - 8\alpha + 3\pi + 8\alpha}{6\pi} \right)}, \quad (9.95)$$

$$\Rightarrow I_{in}^{ef} = \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2}. \quad (9.96)$$

Desta forma, substituindo (9.96) em (9.90), encontra-se:

$$FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\sqrt{2}} \frac{I_o}{\alpha} \sqrt{2}}, \quad (9.97)$$

$$\Rightarrow FP = \frac{V_o I_o}{\frac{V_p}{\alpha} I_o}, \quad (9.98)$$

$$\Rightarrow FP = 1. \quad (9.99)$$

A partir do FP é possível encontrar a THD pela equação (9.100).

$$THD = \sqrt{\frac{\cos^2(\phi)}{FP^2} - 1} \quad (9.100)$$

Como o ângulo ϕ é comumente muito pequeno, pode-se considerar $\cos^2(\phi) = 1$, ainda, considera-se a tensão de entrada idealmente cossenoidal. Desta forma:

$$THD = \sqrt{\frac{1}{FP^2} - 1}. \quad (9.101)$$

Assim, com o resultado encontrado em (9.99) conclui-se que a taxa de distorção harmônica total teórica é nula.

$$THD = 0 \quad (9.102)$$

9.2 Análise dinâmica

A análise dinâmica do conversor tem como objetivo encontrar as funções de transferências do conversor e projetar os controladores. Existem diferentes métodos que podem ser aplicados nessa análise, como análise de circuito por valores médios quase instantâneos, por variáveis de estado, função de modulação, etc. O principal objetivo para o conversor Boost PFC é caracterizar as funções de transferência que representem o sistema para controlar a corrente e tensão.

9.2.1 Determinação dos modelos

A partir da análise das duas etapas do conversor, é possível retirar a seguinte análise para corrente no diodo e tensão no

interruptor, que define seus valores médios quase instantâneos (valor médio em T_s).

$$\begin{cases} \langle v_s \rangle_{T_s} = \langle v_o \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \\ \langle i_D \rangle_{T_s} = \langle i_L \rangle_{T_s} (1 - d(t)) \end{cases} \quad (9.103)$$

Assim, aplica-se em (9.103) pequenas perturbações gerando (9.104), suprimindo a notação de RPP:

$$\begin{cases} V_s + \tilde{v}_s(t) = (V_o + \tilde{v}_o(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \\ I_D + \tilde{i}_D(t) = (I_L + \tilde{i}_L(t)) (1 - D - \tilde{d}(t)) \end{cases} \quad (9.104)$$

Desta forma, pode-se separar este sistema de equações em 2 circuitos, um representando a parte CA e outro o comportamento em RP (CC). A Figura 9.2.1 mostra o sistema em RP também chamado de modelo médio de grandes sinais. Já a Figura 9.2.2, representa o circuito CA, também chamado de modelo médio de pequenos sinais.

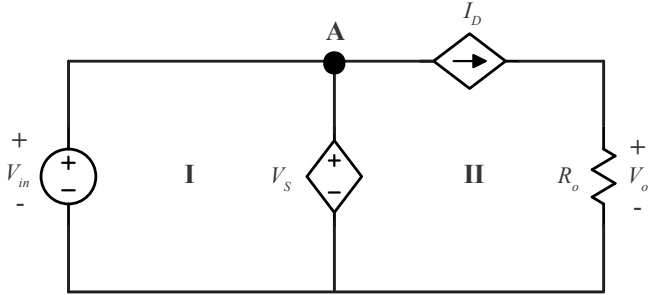


Figura 9.2.1 – Circuito em RP.

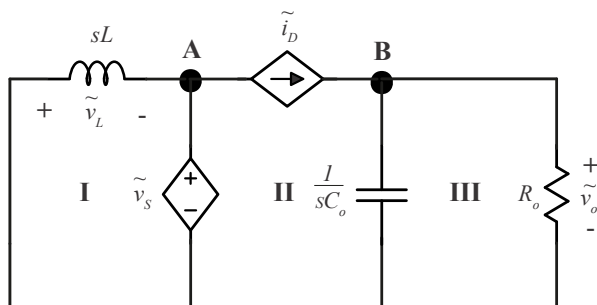


Figura 9.2.2 – Circuito CA.

Desta forma, a partir do modelo médio de pequenos sinais, pode-se retirar as funções de transferência para a malha de controle da corrente e da tensão.

9.2.1.1 Malha de corrente

A definição da planta de corrente é feita por meio da análise do circuito da Figura 9.2.2. Ao aplicar a LKT nas malhas I e II, obtém-se: ;

$$\tilde{v}_L = \tilde{v}_s = \tilde{v}_o (1 - D - \tilde{d}) - V_o \tilde{d}, \quad (9.105)$$

$$\Rightarrow -L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - \tilde{v}_o \tilde{d} - V_o \tilde{d}. \quad (9.106)$$

Considerando que $\tilde{v}_o \tilde{d}$ é um valor muito pequeno pode-se desprezá-lo da equação, resultando em,

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \tilde{v}_o - \tilde{v}_o D - V_o \tilde{d}. \quad (9.107)$$

Para o conversor Boost monofásico, na análise da corrente, a tensão de saída pode ser considerada constante. Assim, $\tilde{v}_o = 0$, então:

$$-L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = -V_o \tilde{d}, \quad (9.108)$$

aplicando a transformada de Laplace,

$$sL\tilde{i}_L = V_o \tilde{d}, \quad (9.109)$$

e assim,

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL}. \quad (9.110)$$

Com isso, a equação (9.110) representa a malha de corrente. Se for considerado a resistência da indutância, a função de transferência será:

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{d}} = \frac{V_o}{sL + R_L}. \quad (9.111)$$

9.2.1.2 Malha de tensão

A definição da planta de tensão utiliza a LKC no nó B, tendo assim:

$$\tilde{i}_D = \tilde{i}_o = \tilde{i}_c + \tilde{i}_r, \quad (9.112)$$

$$\Rightarrow \tilde{i}_o = C_o \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o}. \quad (9.113)$$

Aplicando a transformada de Laplace e rearranjando os termos chega-se em (9.114), que representa a malha de tensão.

$$G_v(s) = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_o} = \frac{R_o}{sC_o R_o + 1} \quad (9.114)$$

Com isso, a equação (9.114) representa a malha de tensão.

9.2.2 Interligação entre G_i e G_v

Para controlar as duas malhas anteriormente identificadas em um circuito com apenas uma variável de atuação, utiliza-se a configuração série, com malhas internas e externas (multi-malhas). Associações em série são mais comuns e presentes em controle de conversores em geral, porém em alguns casos também é válido um estudo para associação em paralelo.

Assim, para que o controle possa ser ligado em série, é necessário que (9.114) tenha relação com I_L . Desta forma, a partir da relação de potência de entrada e saída é possível obter a relação entre a corrente no indutor I_L e a corrente de saída I_o . Assim, considerando o conversor com 100% de rendimento tem-se:

$$P_{in} = P_o, \quad (9.115)$$

$$\Rightarrow \frac{V_p I_p}{2} = V_o I_o. \quad (9.116)$$

Sabendo que $I_p = I_{L.p}$ e $\frac{V_p}{V_o} = \alpha$, tem-se:

$$\frac{i_o}{I_{L.p}} = \frac{V_p}{2V_o}, \quad (9.117)$$

$$\Rightarrow \frac{i_o}{I_{L.p}} = \frac{\alpha}{2}. \quad (9.118)$$

Ao multiplicar (9.114) com (9.118), tem-se a referência em I_L .

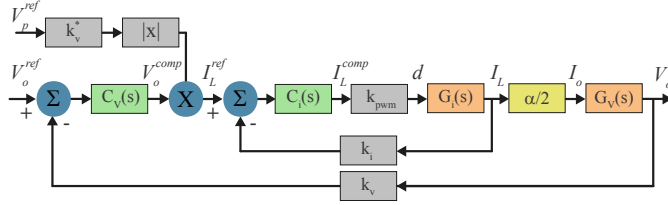


Figura 9.2.3 – Diagrama de blocos do conversor Boost MCC.

9.2.3 Diagrama de blocos

O diagrama de blocos completo do circuito esta mostrado na Figura 9.2.3.

O termo não linear na Figura 9.2.3 é composto pela multiplicação da ação de controle por tensão de entrada retificada. Este termo tem a finalidade de gerar a corrente de referência. Desta forma, é possível lineariza-lo sabendo que,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* \left| V_{in}^{ref} \right|, \quad (9.119)$$

e então,

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \left| \sin(\omega_t) \right|. \quad (9.120)$$

Pode-se aproximar a função $(\left| \sin(\omega_t) \right|)$ por um valor convencionalmente utilizado, $(\left| \sin(\omega_t) \right| \approx \frac{\pi}{2})$, que representa bem o primeiro quarto da função.

Desta forma:

$$I_L^{ref} = V_o^{comp} k_v^* V_p^{ref} \frac{\pi}{2}, \quad (9.121)$$

e assim, pode-se encontrar a relação entre I_L^{ref} e V_o^{comp} , dado por (9.122).

$$\frac{I_L^{ref}}{V_o^{comp}} = k_{shape} = \frac{\pi}{2} k_v^* V_p^{ref} \quad (9.122)$$

O diagrama de bloco das malhas de corrente e tensão estão representadas nas Figuras 9.2.4 e 9.2.5.

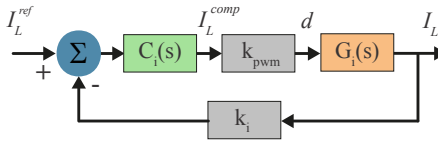


Figura 9.2.4 – Diagrama de blocos do controle de Corrente.

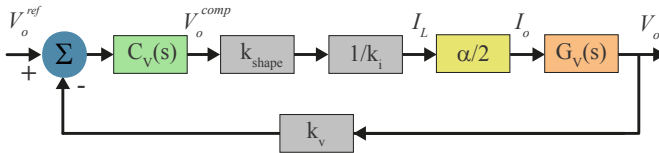


Figura 9.2.5 – Diagrama de blocos do controle de Tensão.

Neste sistema de controle, deve-se estudar as frequências que o sistema deve aceitar ou rejeitar.

Para a malha de corrente, como a corrente varia na frequência de comutação, a lenta e grande oscilação da rede tem representatividade significativa na amplitude do sinal. Desta forma, esta malha deve ter operação rápida para perceber a oscilação de f_r uma vez que o sinal recebido pelo indutor não é retificado.

Já para a malha de tensão, a referência para a V_o é uma constante, a variação da rede não apresenta modificações significativas. Desta forma, a atuação deve ser mais lenta de modo a rejeitar a ondulação de $2f_r$.

Projeto de controlador PI

Um controlador pode ser definido e calculado por diversas técnicas: como resposta em frequência, lugar das raízes, espaço de estados, etc. Neste apêndice um procedimento para cálculo de um controlador PI pelo método da resposta em frequência será apresentado.

A.1 Controlador PI

Um controlador PI é caracterizado por sua equação em Laplace por:

$$C_x = \kappa_p + \frac{1}{s} \kappa_i. \quad (\text{A.1})$$

onde κ_i é o ganho da parcela integral e κ_p é o ganho da parcela proporcional.

Pode-se rescrever (A.1) por:

$$C_x = \frac{s\kappa_p + \kappa_i}{s}, \quad (\text{A.2})$$

$$\Rightarrow C_x = \kappa_p \left(\frac{s + \frac{\kappa_i}{\kappa_p}}{s} \right). \quad (\text{A.3})$$

Assim, definindo κ_c sendo κ_p e ω_z sendo $\frac{\kappa_i}{\kappa_p}$, obtém-se:

$$C_x = \kappa_c \left(\frac{s + \omega_z}{s} \right). \quad (\text{A.4})$$

Sabe-se que s será ω_c na frequência de cruzamento em zero dB projetada. Desta forma, deve-se definir os valores de módulo e ângulo desta função para projetar o controlador dado por (A.5) e (A.6).

$$|C_x| = \kappa_c \frac{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_z^2}}{\omega_c} \quad (\text{A.5})$$

$$\angle C_x = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_c}{\omega_z} \right) - 90^\circ \quad (\text{A.6})$$

A.2 Função de transferência

A Figura A.2.1 representa um circuito com uma função de transferência em malha fechada, o qual será projetado o controlador PI para esta malha.

A partir da Figura A.2.1 pode-se escrever a função de transferência de laço aberta compensada dada por:

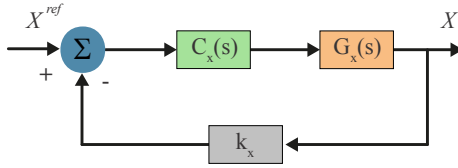


Figura A.2.1 – Exemplo de Diagrama de Blocos.

$$FTLAc = C_x(s)G_x(s)k_x. \quad (A.7)$$

Assim, escreve-se a função de transferência de laço fechado:

$$FTLF_c = \frac{C_x(s)G_x(s)k_x}{1 + C_x(s)G_x(s)k_x}. \quad (A.8)$$

A determinação dos polos da função de malha fechada representa a estabilidade do sistema. Desta forma:

$$|C_x(s)G_x(s)k_x| = 1, \quad (A.9)$$

$$\angle (C_x(s)G_x(s)k_x) = 180^\circ. \quad (A.10)$$

Assim, pode-se determinar que o módulo do controlador deve ser:

$$|C_x(s)| = \frac{1}{|G_x(s)k_x|}, \quad (A.11)$$

e o ângulo deve ser projetado de forma a não instabilizar o sistema.

Assim, chama-se *Margem de Fase* (MF) uma variável de projeto representando o quando falta para a fase do sistema atingir 180° quando o módulo da função passa para o plano negativo.

$$MF = 180 + \angle C_x(s) + \angle (G_x(s)k_x) \quad (\text{A.12})$$

ou

$$\angle C_x(s) = MF - 180^\circ - \angle (G_x(s)k_x) \quad (\text{A.13})$$

A.3 Projeto do controlador

O controlador deve ser projetado de modo a compensar o valor da função de transferência minimizando o erro.

Assim, por meio de (A.5) e (A.11) pode-se concluir que:

$$\kappa_c \frac{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_z^2}}{\omega_c} = \frac{1}{|G_x(s)k_x|}, \quad (\text{A.14})$$

e então encontra-se o κ_c dado por (A.15).

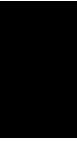
$$\kappa_c = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_z^2} |G_x(s)k_x|} \quad (\text{A.15})$$

Logo, a partir de (A.6) e (A.13) define-se:

$$\tan^{-1} \left(\frac{\omega_c}{\omega_z} \right) - 90^\circ = MF - 180^\circ - \angle (G_x(s)k_x), \quad (\text{A.16})$$

e então, encontra-se ω_z dado por (A.17).

$$\omega_z = \frac{\omega_c}{\tan (MF - 90^\circ - \angle (G_x(s)k_x))} \quad (\text{A.17})$$



Hold-up time

O capacitor de saída pode ser projetado a partir do tempo que ele precisa alimentar a carga enquanto não é alimentada pela fonte principal. Isto significa que o capacitor precisa armazenar energia no campo elétrico para servir como fonte de tensão constante (dentro de um limite) para a carga neste tempo. A energia armazenada no capacitor é:

$$E_c = \frac{1}{2} CV_c^2. \quad (\text{B.1})$$

Desta forma, pode-se substituir a energia no capacitor pela energia drenada pela carga no circuito do conversor.

Assim, fazendo $E_c = E_o$ e $V_c = V_o$ pode-se reescrever (B.1) por:

$$E_o = V_o \cdot I_o \cdot t = \frac{1}{2} CV_o^2. \quad (\text{B.2})$$

O objetivo é encontrar uma capacitância para que o capacitor consiga alimentar a carga por um determinado Δt com um determinado ΔV de tolerância. Assim, a energia nesta situação é:

$$\Delta V_o \cdot I_o \cdot \Delta t = \frac{1}{2} C \Delta V_o^2, \quad (\text{B.3})$$

$$\Rightarrow \frac{2 \Delta V_o I_o}{\Delta V_o^2} \Delta t = C, \quad (\text{B.4})$$

e então, a equação (B.5) determina o valor para a capacitância do capacitor.

$$C = \frac{2 I_o}{\Delta V_o} \Delta t \quad (\text{B.5})$$

Exemplo B

Para o exemplo (2.1.1). Calcular o valor da capacitância do capacitor utilizando a técnica *hold-up time* para um tempo de um sexto da frequência da rede, isto é, $\Delta t = \frac{1}{6} \frac{1}{60}$ s.

Solução: Primeiramente, determina-se o valor da ondulação de tensão ΔV_c .

$$\Delta V_c = 5\% \cdot V_o = 0,05 \cdot 400 = 20 \text{ V}$$

Assim, utilizando (B.5) pode-se determinar a capacitância do capacitor:

$$C = \frac{2 I_o}{\Delta V_o} \Delta t = \frac{2 \cdot 2,5}{20} \cdot \frac{1}{360} = 694 \mu\text{F}$$

Tabela de integrais

Tabela 1 – Tabela de integrais.

Equação	Resultado
$\int_0^\pi \sin(\omega_t) \, d\omega_t$	2
$\int_0^\pi \sin^2(\omega_t) \, d\omega_t$	$\frac{\pi}{2}$
$\int_0^\pi \sin^3(\omega_t) \, d\omega_t$	$\frac{4}{3}$
$\int_0^\pi \frac{\alpha \sin^2(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \, d\omega_t$	$-2 - \frac{\pi}{\alpha} + \frac{2}{\alpha \sqrt{1 - \alpha^2}} \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \right) \right]$
$\int_0^\pi \frac{\alpha \sin^3(\omega_t)}{1 - \alpha \sin(\omega_t)} \, d\omega_t$	$-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{\alpha^2} - \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2 \sqrt{1 - \alpha^2}} \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \right) \right]$

Lista de símbolos

V_L, V_o, V_{in}	Tensão no indutor, Tensão de saída, Tensão de entrada.
I_L, I_d, I_s, I_o	Corrente no indutor, Corrente no diodo, Corrente no interruptor, Corrente de saída.
$D1, D2, D3...$	Diodo 1, Diodo 2, Diodo 3...
R, C, L, S	Resistor, Capacitor, Indutor, Interruptor.
T_s, f_s, f_c, f_r	Período de comutação, Frequência de comutação, Frequência de cruzamento, Frequência da rede.
Δt_x	Tempo de permanência na etapa x .
$\Delta I, \Delta V$	Variação de corrente, Variação de tensão.
x^{max}	Valor máximo da variável x .
$\langle x \rangle_{f_s}, \langle x \rangle_{\omega_t}$	Valor médio instantâneo de x na frequência de comutação e na frequência angular da rede, respectivamente.

$\langle x \rangle_{f_s}^{ef}, \langle x \rangle_{\omega_t}^{ef}$	Valor médio instantâneo eficaz de x na frequência de comutação e na frequência angular da rede, respectivamente.
V_p, I_p, P_i, P_o	Tensão de pico, Corrente de pico, Potência de entrada, Potência de saída.
$V_{x.p}, I_{x.p}$	Tensão e corrente de pico de x .
$V_{x.pp}, I_{x.pp}$	Tensão e corrente de pico a pico de x .
x^{eq}	Valor equivalente da variável x .
x^{ref}	Valor referência da variável x .
x^{comp}	Valor compensado da variável x .
G_x	Função de transferência da malha x .
C_f, L_f	Capacitância do filtro, Indutância do filtro.
κ_x	Valor proporcional da variável x .
x_{ref}^+, x_{ref}^-	Valor referência superior e inferior da variável x , respectivamente.
$x\%$	Valor em % relacionado a variável x .
D	Razão cíclica.

Lista de abreviaturas e siglas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica.
CA,AC	Corrente Alternada, <i>Alternate Current</i> .
CC,DC	Corrente Contínua, <i>Direct Current</i> .
FT	Função de Transferência.
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i> .
LKT	Lei de Kirchhoff das Tensões.
LKC	Lei de Kirchhoff das Correntes.
MCC	Modo de Condução Contínuo.
MCCr	Modo de Condução Crítico.
MCD	Modo de Condução Descontínuo.
MCHC	Modo de Condução Histerese Constante.
MCHV	Modo de Condução Histerese Variável.

MP	Meia Ponte.
PFC	Correção de Fator de Potência - <i>Power Factor Correction</i> .
PWM	Modulação por largura de pulso - <i>Pulse Width Modulation</i> .
RP	Regime Permanente.
RPP	Regime Permanente Periódico.
THD	Distorção harmônica total - <i>Total Harmonic Distortion</i> .